

分类号 _____
UDC _____

密级 _____
编号 _____

兰州财经大学

LANZHOU UNIVERSITY OF FINANCE AND ECONOMICS

硕士学位论文

论文题目 分形视角下的投资组合模型研究

研究生姓名: 马小雯

指导教师姓名、职称: 孙景云、教授

学科、专业名称: 统计学、数理统计学

研究方向: 复杂数据分析

提交日期: 2024年06月03日

独创性声明

本人声明所呈交的论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

学位论文作者签名： 马小雯 签字日期： 2024.6.3

导师签名： 孙景云 签字日期： 2024.6.3

关于论文使用授权的说明

本人完全了解学校关于保留、使用学位论文的各项规定， 同意（选择“同意”/“不同意”）以下事项：

1.学校有权保留本论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文；

2.学校有权将本人的学位论文提交至清华大学“中国学术期刊（光盘版）电子杂志社”用于出版和编入 CNKI《中国知识资源总库》或其他同类数据库，传播本学位论文的全部或部分内容。

学位论文作者签名： 马小雯 签字日期： 2024.6.3

导师签名： 孙景云 签字日期： 2024.6.3

Research on Portfolio Model from Fractal Perspective

Candidate : Xiaowen Ma

Supervisor: Jingyun Sun

摘要

在金融投资领域,投资者将资金分配到不同投资标的,以分散投资风险并获取可观收益。在配置资金之前,确定最优资产配置策略是最为关键的一步。自1952年 Markowitz 提出量化收益与风险的均值-方差模型以来,国内外学者相继提出各种投资组合模型。这些模型大多是在均值-风险框架下基于不同风险度量方法构建的多目标优化模型,而且没有考虑现实投资中金融资产收益具有的分形特征。因此,本文基于分形视角研究兼顾收益与风险的投资组合优化模型是必要且有意义的。

本文的主要工作如下:

(1)考虑金融资产收益具有分形特征,分别从单分形分析结合非对称拉普拉斯分布(Asymmetric Laplacian distribution,ALD)和多重分形分析结合波动函数的角度对投资组合的风险进行研究,进而提出了兼顾收益与风险的 R-ALCV-R 和 R-MF-R 收益-分形风险比模型。

(2)对传统教与学算法(TLBO)的基本原理进行介绍,加入自适应选择学习算子,从提高算法精度这个角度来对其进行改进,提出改进学习算子的教与学算法(SLTLBO)。运用基准函数对改进后的算法性能进行测试,结果表明,改进后的 SLTLBO 算法在收敛精度方面相比于传统的 TLBO 算法更具优势。

(3)以上证 50 指数的主要成分股为研究对象,分析上海股票市场的分形特征;使用 SLTLBO 算法对本文构建的 R-ALCV-R 和 R-MF-R 收益-分形风险比模型及传统投资组合模型进行求解;通过比较不同调整周期策略下的收益率、标准差、夏普比率及累计收益率,给出最优投资策略。

实证结果表明,在以年为周期动态调整最优资产配置比例的情况下,本文提出的两种收益-分形风险比模型均优于传统投资组合模型。

关键词: 分形特征 收益-风险比率 教与学算法 动态调整策略

Abstract

In the field of financial investment, investors allocate funds to different investment targets to spread investment risks and obtain considerable returns. Determining the optimal asset allocation strategy is the most critical step before allocating funds. Since Markowitz put forward the mean-variance model to quantify returns and risks in 1952, scholars at home and abroad have put forward various portfolio models one after another. Most of these models are multi-objective optimization models based on different risk measurement methods under the mean-risk framework, and the fractal characteristics of financial asset returns in real investment are not considered. Therefore, it is necessary and meaningful to study the portfolio optimization model based on fractal perspective, which takes into account both returns and risks.

The main work of this thesis is as follows:

(1) Considering the fractal characteristics of financial assets returns, the risk of portfolio is studied from the perspectives of single fractal analysis combined with asymmetric Laplacian distribution (ALD) and multi-fractal analysis combined with fluctuation function, and then R-ALCV-R and R-MF-R return-fractal risk ratio models with both returns and risks are proposed.

(2) Introduce the basic principle of the traditional teaching and learning algorithm (TLBO), add adaptive selective learning operator,

improve it from the point of improving the accuracy of the algorithm, and put forward the improved learning operator teaching and learning algorithm (SLTLBO). The benchmark function is used to test the performance of the improved algorithm. The results show that the improved SLTLBO algorithm has more advantages than the traditional TLBO algorithm in convergence accuracy.

(3) The fractal characteristics of Shanghai stock market are analyzed by taking the main constituent stocks of the SSE 50 Index as the research object; The SLTLBO algorithm is used to solve the R-ALCV-R and R-MF-R income-fractal risk ratio models and traditional portfolio models constructed in this thesis; By comparing the return rate, standard deviation, Sharp ratio and cumulative return rate under different adjustment cycle strategies, the optimal investment strategy is given.

The empirical results show that the two income-fractal risk ratio models proposed in this thesis are better than the traditional portfolio model when the optimal asset allocation ratio is dynamically adjusted on an annual basis.

Keywords: Fractal characteristics; Income-risk ratio; Teaching learning based optimization algorithms; Dynamic adjustment strategy

目 录

1 绪 论	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.1.1 研究背景.....	1
1.1.2 研究意义.....	2
1.2 文献综述.....	3
1.2.1 投资组合模型的发展.....	3
1.2.2 分形理论的应用.....	4
1.2.3 投资组合中的优化算法.....	6
1.2.4 文献述评.....	6
1.3 研究内容与结构.....	7
1.4 研究创新.....	9
2 理论基础	11
2.1 传统投资组合理论.....	11
2.1.1 投资收益.....	11
2.1.2 投资风险.....	11
2.1.3 均值-风险模型.....	13
2.2 分形理论.....	14
2.2.1 分形市场.....	14
2.2.2 R/S 法计算 Hurst 指数.....	15
2.3 收益-风险比率.....	16
2.4 传统教与学算法(TLBO).....	17
2.5 本章小结.....	18
3 单分形分析下的收益-风险比模型(R-ALCV-R)	19
3.1 非对称拉普拉斯分布(ALD).....	19
3.2 ALD 下的 CVaR 值.....	20
3.2.1 ALD 下单个资产的 CVaR 值.....	20

3.2.2 ALD 下股票组合的 CVaR 值	20
3.3 R-ALCV-R 模型	21
3.4 模型求解	22
3.4.1 算法改进	22
3.4.2 性能测试	23
3.4.3 配置比例寻优算法设计	26
3.5 实证分析	27
3.5.1 数据描述	27
3.5.2 股票市场的单分形特征分析	29
3.5.3 动态调整策略	31
3.5.4 R-ALCV-R 与传统投资组合的比较分析	32
3.6 本章小结	36
4 多重分形分析下的收益-风险比模型(R-MF-R)	37
4.1 多重分形消除趋势调整移动平均交叉相关分析法	37
4.2 R-MF-R 模型	39
4.3 实证分析	40
4.3.1 股票市场的多重分形特征分析	40
4.3.2 R-MF-R 与传统投资组合的比较分析	41
4.4 本章小结	46
5 总结与展望	48
5.1 研究总结	48
5.2 研究不足与展望	49
参考文献	50
攻读硕士学位期间承担的科研任务及主要成果	54
致 谢	55
附 录	56

1 绪论

1.1 研究背景及意义

1.1.1 研究背景

21 世纪以来,经济全球化趋势日益增强,资源和生产要素在全球范围内得到合理配置,资本和产品的流通也逐渐转向全球,各经济体之间的联系更加密切,世界经济蓬勃发展。对投资者来说,经济全球化是一柄双刃剑,经济发展在带来机遇的同时也带来了挑战。资产的数量随着经济发展和全球化而快速增长,以上海证券交易所为例,目前上交所有 2200 多只股票,市值总额超过 48 万亿元,除此之外还有基金、债券、期货等其他金融资产。随着投资产品的增多,投资者在构建投资策略以获得可观收益与可控风险方面面临着严峻的挑战。

最初 Markowitz(1952) 将投资组合的收益与风险定义为资产组合的均值与方差,提出均值-方差投资组合模型,开创了现代投资组合定量分析的先河。然而,均值-方差模型以有效市场假说(Efficient market hypothesis,EMH)为理论基础进行分析,该理论却存在下列严格假设:(1)金融资产价格不受历史价格的影响,完全由新的信息确定;(2)金融资产收益服从正态分布;(3)投资者是完全理性的,都厌恶风险追求效益。在过去很长一段时期内,均值-方差模型为广大投资者提供了很好的决策参考,然而随着金融市场复杂性特征的不断涌现,越来越多的事实与以 EMH 为核心的传统金融理论与模型相互矛盾,主要体现在以下方面:(1)正态分布无法充分拟合金融资产收益序列的分布特征;(2)基于 EMH 的传统投资组合模型分散风险的效果不好。相对于 EMH 框架下的模型,分形等非线性理论更加适用于挖掘市场中海量数据背后暗含的波动性、相关性等特征,逐渐形成了分形市场假说(Fractal market hypothesis,FMH)。

事实上,金融市场是一个多因素构成的复杂系统,市场内外部的影响因素错综复杂、相互交织,导致市场运行规律难以捕捉。若投资者继续采用传统的均值-方差模型,必定会造成经济损失。而以分形理论为基础就可以解决很多有效市场理论无法解决的问题,譬如,研究股票市场分形结构可以弥补有效市场理论中未涉及到长程相关性和非正态性等股市现实特征的研究。由此可见,研究股票市场的分形结构,针对传统均值-方差模型的不足,引入分形理论,构建分形框架

下的均值-风险模型，可以丰富投资组合理论并为现实生活中的投资实践提供更加契合的依据。

虽然通过引入分形理论可以解决传统均值-方差模型所需严苛假设的弊端，但利用均值-风险模型进行投资组合需要权衡收益与风险的困难仍然存在。由于已有研究大多基于主观确定的权衡参数构建单目标投资组合优化模型受主观因素影响较大。因此，在构建投资组合时可以引入兼顾收益与风险的收益-风险比率(如夏普比率等)，使投资收益与投资风险达到帕累托最优。

基于投资组合模型为投资产品配置资金达到最优目标是投资组合的最终目的。这是一个复杂的优化问题，已有算法在求解这些问题时容易因投资产品规模及历史数据过大而难以获得满意的结果。为解决这一问题，越来越多的研究者利用启发式算法可以通过自身演化解决复杂优化问题的特性来求解投资组合优化问题。

综上所述，本文结合分形理论与收益-风险比率，首先在分形框架下构建收益-分形风险比模型，然后通过智能优化算法求解模型，既从分形的角度完善了传统均值-方差模型在度量资产相关性方面的不足，又解决了均值-风险模型主观确定风险厌恶程度的困难，还通过启发式算法求解了复杂的投资组合问题，这些均为投资者进行投资决策提供了新的参考。

1.1.2 研究意义

本文在上交所已经成为全球第三大证券交易所的背景下，考虑上海股票市场具有动态性、非线性、相似性等一系列现实属性，发现利用以 EMH 为传统的传统方法度量股票风险并进行投资决策缺乏合理性。为此，本文从分形的角度度量投资组合的风险，并结合收益-风险比率构造新的投资组合模型，不仅丰富了投资组合理论，还能提升投资组合的绩效。同时也提醒股票市场中的投资者应该以非线性科学的相关理论为依据来分散股市投资的风险，从而避免因股市动荡造成经济损失。

理论意义：在收益率正态分布假设下，利用标准差度量风险的传统投资组合模型已不能很好地用于金融建模。为此，本文基于分形视角研究金融资产的风险度量方法，不仅可以弥补传统计量与统计方法在风险度量方面的不足，还能进一步拓展分形市场下对金融投资组合的相关研究。

现实意义：随着金融市场波动加剧，风险增大，提高配置比例的效率，分散投资风险至关重要。对于投资者而言，合适的投资策略能够有效地降低投资风险，提高收益，而这需要合理的方法度量资产组合的风险并优化投资配置。在此情形下，本文基于分形视角并同时考虑收益与风险，提出收益-分形风险比模型，旨在提升投资组合的绩效，从而更好的为投资者提供决策参考，这对推动我国金融市场的健康发展有着重要的现实意义。

1.2 文献综述

1.2.1 投资组合模型的发展

Markowitz(1952) 提出了均值-方差模型，首次对收益与风险进行了量化分析。后来，众多学者在该模型的基础上进行了大量研究。Konno 和 Yamazaki(1991) 证明了使用平均绝对偏差作为投资组合的风险度量方法可以消除经典均值-方差模型处理大规模优化问题存在的困难。Simaan(1997) 比较了均值-方差与均值-绝对偏差模型。在现实生活中，投资者往往更关注投资收益低于预期收益的情形。为此，许多学者将下偏矩引入到投资组合模型构建当中。Ballester(2005) 以资产组合的半方差为传统约束条件下最小化问题的目标函数，在此基础上，对投资组合的半方差矩阵进行了严格的数学推导，最终得到了均值-半方差有效前沿。在很长一段时间内，部分学者扩展了均值-半方差模型的相关研究。譬如，Chen 等(2019) 将证券收益视为不确定变量，提出了一个具有现实约束的多期均值-半方差投资组合优化模型。王晓琴和高岳(2020) 林构建了包含典型交易成本函数的均值-方差-下半方差投资组合模型。由于投资组合的收益往往服从偏态分布，而投资者通常倾向于具有右偏特征的资产组合，即投资者倾向于使得资产组合偏度更大的配置比例。因此，不少学者在研究投资组合的过程中考虑了偏度的影响。譬如，Joro 和 Na(2006) 利用数据包络分析方法，提出并证明了基于均值-方差-偏度框架比传统的均值-方差框架能更好地代表投资者的偏好。Li 等(2010) 为了度量模糊投资组合收益的不对称性，在模糊均值-方差模型的基础上引入偏度概念，提出了模糊均值-方差-偏度模型。在实际投资过程中，人们不仅关注投资收益的情况，对超过自身所能接受的损失可能更为关注。Benati 和 Rizzi(2007) 扩展了经典的均值-方差模型，用在险价值(Value at risk, VaR)取代方差成为度量投资组合风险的新方法，进而构建了一个新的投资组合模型。张鹏和张逸菲(2014) 将

VaR 风险度量方法拓展到多阶段投资组合,提出了多阶段 M-VaR 投资组合模型。但由于 VaR 风险度量方法并不具备次可加性,且会严重低估小概率损失,导致实用性不强。为此,许多学者将一致性风险度量工具纳入投资组合构建当中,即用条件在险价值(Conditional value at risk,CVaR)度量投资组合风险。Zhu 和 Fukushima(2009) 考虑了只有部分概率分布信息情况下的 CVaR,提出了最坏情况下基于 CVaR 的鲁棒投资组合优化问题。康志林和李仲飞(2017) 利用对偶法和光滑优化法研究了鲁棒 M-CVaR 投资组合模型。Khodamoradi 和 Salahi(2023) 研究了大规模情形下带有卖空、基数约束和交易费用的 M-CVaR 投资组合优化问题。

近年来,除了上述均值-风险框架下的投资组合模型基于不同风险度量方法量化资产组合的风险外,以收益-风险比率准则为目标函数构建最优投资组合模型的思想也体现了对收益与风险的定量分析。譬如,赵霞等(2022) 研究了基于最大化夏普比率准则和四种相依网络的投资组合优化问题。王伟韬等(2023) 以最大化夏普比率为目标函数,提出了虚拟电厂优化投标策略,实现了投资收益与投资风险的帕累托最优。除夏普比率外,其他收益-风险比率也常被作为目标函数来构建投资组合。Yu 等(2023) 提出了考虑再平衡中卖空与交易费用情况下具有动态收益阈值的 Omega 投资组合模型。

1.2.2 分形理论的应用

现实金融市场是一个复杂的非线性系统,EMH 并不契合实际情况,因此国内外学者开始引入分形理论相关方法研究市场的分形结构、不同市场间复杂的交叉相关性以及利用分形方法度量风险并进一步丰富投资组合理论。

(1) 市场分形结构的研究

Peters(1989) 证明了股票、债券市场的收益遵循有偏的随机游走过程。史永东(2000) 应用 R/S 分析法研究了上海证券市场股票收益的波动规律,结果显示股票收益遵循分形布朗运动,收益率序列呈现出长程相关性。韩晨宇和王一鸣(2020) 则采用多重分形消除趋势波动分析法(MF-DFA)对沪深股市四个主要指数的日波动率序列进行了分析。徐楠等(2023) 基于 MF-DFA 研究了新冠肺炎疫情对我国股市造成的影响,结果表明,我国股票市场在疫情期间呈现出较强的多重分形特征。

广大学者除了以股票市场为研究对象,发现其具有分形结构,还将分形理论相关方法应用于分析期货与外汇市场。譬如,李江和邹凯(2007)发现中国期货市场并没有呈现出随机游走的特性,且期货价格的日收益率序列表现出相互依存的关系。淳正杰和唐小我(2021)借助 MF-DFA 对原油期货市场流动性的多重分形波动特征进行了检验。燕汝贞等(2022)以中国股指期货市场为研究对象,利用 MF-DFA 研究股指期货市场流动性特征及其成因。

(2)基于分形方法的交叉相关性研究

FMH 相比于传统的 EMH 能够更好地解释市场中的各种复杂现象,然而上述研究均忽略了对两序列间交叉相关性的研究。黄健柏等(2013)采用多重分形消除趋势交叉相关分析法(MF-DCCA)对我国金属期货市场量价关系的多重分形特征进行实证分析。林宇等(2017)以国内外能源期货为研究对象,运用非对称多重分形消除趋势交叉相关分析法(MF-ADCCA)对新兴与成熟能源期货市场之间的分形相关关系进行分析。Ferreira 等(2020)使用消除趋势交叉相关分析法(DCCA)和消除趋势移动平均交叉相关分析法(DMCA)检验了六种加密货币间的相关关系,结果发现加密货币间的交叉相关性具有多重分形特征。谢文浩和曹广喜(2022)利用多重分形消除趋势移动平均交叉相关分析法(MF-X-DMA)分析了加密货币单一市场、交叉市场间收益率的分形特征,以及加密货币和股票指数交叉相关性的分形特征。

(3)分形投资组合

Li 等(2021)为了将资本市场的多重分形特征纳入投资组合的研究框架,克服现有研究成果没有考虑资产价格波动和交叉相关性具有多重分形特征的不足,将 MF-DCCA 嵌入均值-方差准则,构建了多重分形特征约束下的均值-MF-DCCA 投资组合模型。陈洪涛等(2022)基于国际能源金融市场的复杂非线性,结合分形理论与产业链理论,构建了优化外汇能源配置的 Mean-MF-X-DMA 模型。曹广喜和谢文浩(2023)以加密货币为研究对象,利用 Mean-MF-DCCA 模型研究了牛市和熊市投资组合效果的差异。众所周知,Mean-DCCA 模型通过将分形相关性嵌入均值-方差准则来考虑资产的非线性和标度特性,进而在投资者的标度偏好不变的假设下采用特定策略进行投资组合,这忽略了投资者偏好变化带来的影响。为此,Kakinaka 等(2023)在 Mean-DCCA 的基础上考虑了投资者对市场条

件偏好的变化是否会提高投资组合的绩效。

1.2.3 投资组合中的优化算法

在投资组合中,丰富的投资产品、多样化的约束条件及各种复杂的目标函数使得通过数理方法推导投资组合优化问题的解变得困难。而群体智能优化算法因对数理知识的要求较低且运算速度较快,越来越多地被应用于求解投资组合优化问题。目前,用于求解投资组合优化问题的算法主要基于模仿自然界中群居动物的智能行为。

在投资组合优化问题中应用最广泛的群体智能优化算法便是粒子群算法及其各种变体。粒子群算法的原理是模拟鸟群觅食活动,类比到金融投资领域,通过粒子群算法求解投资组合模型获得最优资产配置比例,进而构建最佳投资策略(朱沙和陈臣,2016;高岳林和余雅萍,2017;陈国福等,2018;陈婷婷等 2019)。除了粒子群算法外,其他智能优化算法也常被用于求解投资组合模型。譬如,Kumar和Mishra(2017)将协变原理与人工蜂群算法相结合,提出了一种用于求解多目标投资组合优化问题的新人工蜂群算法。支俊阳等(2023)将Pareto支配准则引入人工蜂群算法,利用改进后的人工蜂群算法求解投资组合优化问题。Kalayci等(2020)结合蚁群算法、人工蜂群算法和遗传算法的关键部分,提出了一种求解基数约束投资组合优化问题的混合启发式算法。Morteza等(2023)提出了一种周期性多群体鲸鱼算法以优化金融市场中的投资组合。

1.2.4 文献述评

随着资本市场的日趋成熟和金融行业的蓬勃发展,人们的投资选择日益丰富。在构建投资组合时,资产配置对投资者而言至关重要,它是当前金融领域深入探讨的重要课题之一。

(1)回顾已有文献,大多基于传统的均值-风险模型进行投资组合。在投资决策时传统处理方法存在一定的困难:将多目标优化问题通过一个反映主观风险厌恶程度的权衡参数转化为单目标优化问题(求解给定风险水平下的最大化收益或预期收益下的最小化风险),难以量化风险厌恶系数。本文直接将收益-风险比率作为目标函数构建投资组合优化模型,能够使投资者在投资过程中兼顾投资组合的收益与风险,避免量化风险厌恶系数的同时又具有良好的经济解释。

(2)通过文献阅读发现,以上对收益-风险比率的研究往往以收益率服从某个

特定分布为前提,然而现实金融资产的收益率往往表现出尖峰厚尾的多重分形特征。为准确刻画时间序列的非线性相关性,本文提出一种结合收益-风险比率和分形理论的投资组合优化模型,即收益-分形风险比模型。

(3)对现有研究进行梳理发现,过去基于群体智能优化算法的投资组合研究主要集中于一些传统的优化算法及其变体,如粒子群算法、遗传算法等,而教与学优化算法这样相对较新的算法在投资组合优化领域的应用还不多。本文将改进学习算子后的 SLTLBO 算法应用于投资组合优化研究中,为求解投资组合优化模型提供新的方法。

1.3 研究内容与结构

本研究以上证 50 指数及其主要成份股为研究对象,结合分形理论与收益-风险比率,构建收益-分形风险比投资组合优化模型,并以传统投资组合模型为对照,通过改进后具有选择特征的 SLTLBO 算法求解传统与分形投资组合优化模型。本文研究内容具体分为以下五个章节:

第一章为绪论,本章首先对研究的背景、意义进行阐述,接着介绍关于投资组合模型及求解模型所需优化算法和分形理论的相关研究,阐述现有研究存在的不足之处,最后对本文的结构安排和创新点进行说明。

第二章为理论基础,介绍了传统投资组合理论、分形理论、收益-风险比率以及传统 TLBO 算法的相关概念。

第三章是在单分形分析下基于假定分布(即 ALD)构建 R-ALCV-R 投资组合模型,并进行实证分析。本章首先介绍单分形特征的判断方法及 ALD 下资产组合的 CVaR 数学表达,接着以假定分布下的 CVaR 值替换收益-风险比率中传统的风险度量方法,进而构建 R-ALCV-R 收益-分形风险比模型。然后,在传统 TLBO 的基础上通过赋予具有选择特征的学习机制改进算法,提出 SLTLBO 算法,接着基于 4 个经典的测试函数验证改进算法的性能,并介绍了改进算法在投资组合优化问题中的应用。最后,基于 JB 检验对股票日收益率序列进行非正态性检验,利用 R/S 分析法检验收益率序列的长程相关性,并比较不同策略调整周期下利用改进的 SLTLBO 算法求解 R-ALCV-R 模型与传统投资组合模型后获得的投资结果。

第四章为多重分形分析下基于非分布(即消除趋势波动函数)构建 R-MF-R 投

投资组合优化模型。本章首先对传统 MF-X-DMA 中移动窗宽的确定及消除趋势协方差函数可能出现负值的问题进行修正,提出多重分形调整移动平均交叉相关分析法(即 MF-X-ADMA),进而以此替换传统风险,构建 R-MF-R 收益-分形风险比模型。最后,基于 MF-AMDA 和 MF-X-ADMA 对上海股票市场的多重分形特征进行检验,并在不同策略调整周期下利用改进的 SLTLBO 算法求解 R-MF-R 模型,进一步比较其与传统投资组合模型的样本外表现。

第五章为本文的总结与展望,通过以上研究得出本文结论,考虑股票收益率具有的分形特征,基于分形视角度量风险并替换收益-风险比率中的传统风险,直接以兼顾收益与风险的收益-分形风险比为目标函数构造投资组合优化模型,提升投资组合的绩效。

本文的主要内容结构如图 1.1 所示。

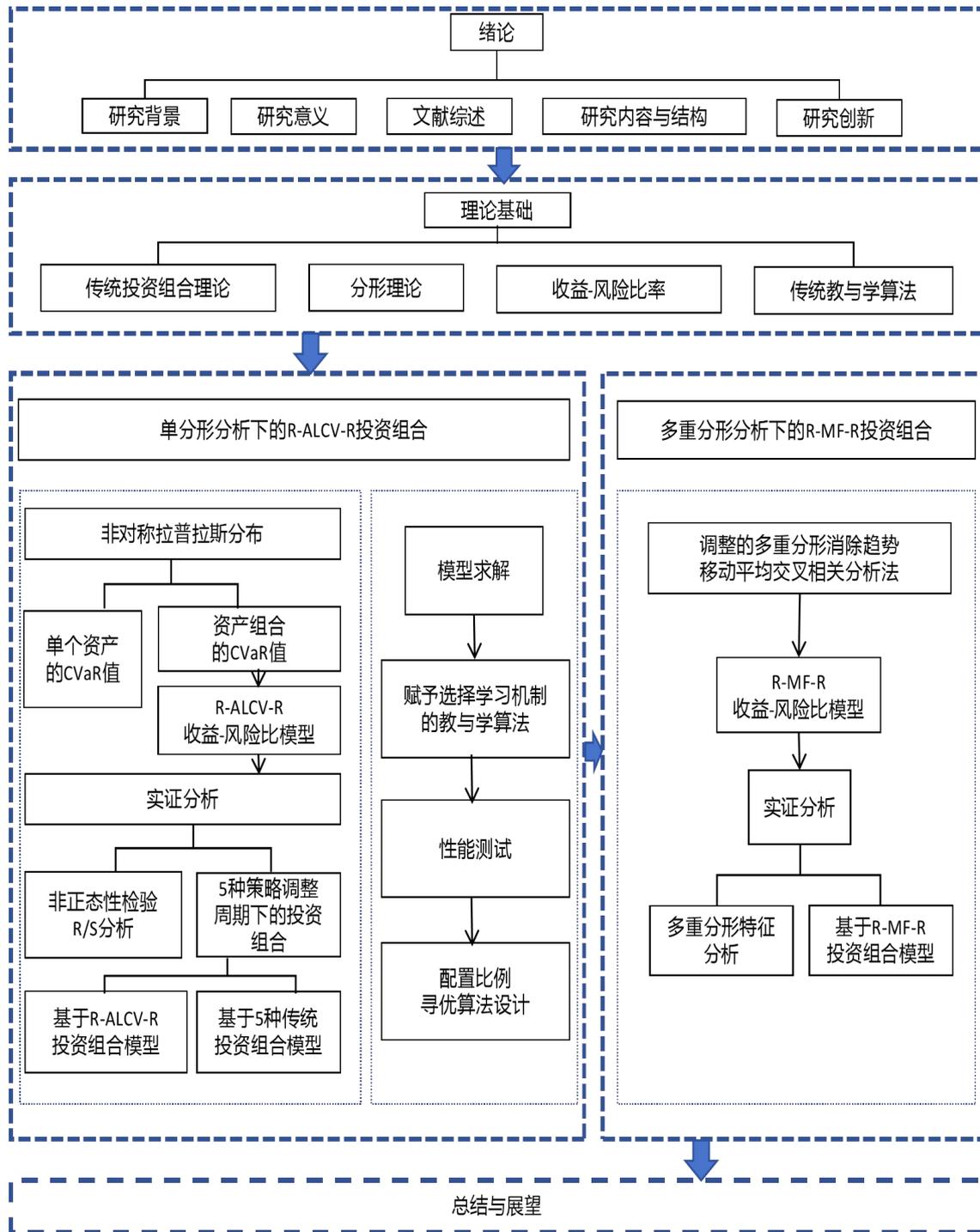


图 1.1 内容结构图

1.4 研究创新

本文构建的收益-分形风险比投资组合模型不仅考虑了上海股票市场存在的分形特征，还兼顾了投资收益与投资风险，进一步丰富了投资组合理论。论文的创新之处主要体现在以下三个方面：

(1)在构建投资组合优化模型方面,本文结合分形理论与收益-风险比率,构建了分形框架下兼顾收益与风险的收益-分形风险比模型。首先,通过单分形分析法分析股市特征,其次,基于能很好刻画股票收益尖峰厚尾分形特征的 ALD 度量股票组合的风险,进而利用 CVaR 值替换收益-风险比率中的传统风险度量方法,提出 R-ALCV-R 收益-分形风险比模型,解决金融环境中的资产配置问题。然而,拟合股票收益的假定分布难以确定,且金融资产收益大多呈现多重分形特征,因此,在无需假定收益分布的 MF-X-DMA 的基础上,通过动态调整与绝对值修正进行改进,提出 MF-X-ADMA 以补充多重分形分析方法。进一步,利用提出的 MF-X-ADMA 获得波动函数替换传统风险,提出 R-MF-R 收益-分形风险比模型。

(2)针对投资组合模型的求解问题,本文提出一种精度较高的 SLTLBO 算法。在传统 TLBO 算法的基础上赋予一种自适应的选择学习机制,使算法根据适应度值在全局最优与局部最优间获得平衡。

(3)在交易策略方面,针对提出的 R-ALCV-R、R-MF-R 收益-分形风险比模型设计了以月、季、半年等为周期的 5 种动态调整策略。在各策略调整周期下,通过提出的 SLTLBO 算法求解投资组合模型,深入分析样本外投资周期限定下两种收益-分形风险比模型的投资表现,与传统投资方法进行对比,进而给出获得最佳投资效果的投资策略及相应参数设置。

2 理论基础

2.1 传统投资组合理论

本节主要介绍投资组合的基本概念：投资收益、风险度量指标(方差、VaR与CVaR)、经典的均值-方差及其衍生模型。自 Markowitz(1952) 提出用资产组合的收益率均值与方差定量分析投资组合的收益与风险，国内外学者在此基础上进行了深入研究，奠定了现代投资组合理论发展的基础。

2.1.1 投资收益

本文在未包含任何交易成本的情况下探讨仅因股价波动产生的收益，通过对数变换得到股票的日收益率序列如下：

$$r_i = \ln P_{i,t} - \ln P_{i,t-1} \quad (2.1)$$

其中， $P_{i,t}$ 表示股票 i 在第 t 天的收盘价格。

在实际投资中，投资者往往通过同时投资多支不同股票分散投资组合的非系统性风险，此时投资组合的整体收益率为各股票收益率线性加权后得到的数值：

$$r_p = \sum_{i=1}^n \omega_i r_i \quad (2.2)$$

其中， r_p 为投资组合的收益率， ω_i 为各投资股票的资金配置比例， r_i 则为股票 i 的收益率。

2.1.2 投资风险

在金融投资领域，资产收益的不确定性往往被视为投资风险。一般来说，反映市场风险的系统性风险无法消除，但投资者可以通过分散化投资规避非系统性风险，而投资组合中非系统性风险的度量指标主要有以下三种。

(1) 方差度量

含有 n 只股票的投资组合的方差计算如下：

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \text{cov}(r_i, r_j) \omega_j \quad (2.3)$$

其中， $\text{cov}(r_i, r_j)$ 为股票 i 和股票 j 间的协方差值，用于度量股票间两两相互影响的方向和程度。如果取值为正，代表这两支股票收益率间呈正线性相关关系；同理，若取值为负，则意味这两支股票收益率间呈负线性相关关系；如果

$cov(r_i, r_j) = 0$, 说明这两支股票收益率之间不存在线性相关。由于在现实市场中投资者将低于预期收益率的部分视为真正的风险, 因此通常利用下偏的二阶中心矩修正股票收益率间的相关关系。

(2) VaR 度量

VaR 是指在一定持有期内, 给定概率置信水平 α 下金融资产面临的潜在最大损失。VaR 不仅指出了可能的最大损失, 同时也给出了损失的概率。

VaR 的数学定义如下,

$$P(X < -VaR) = 1 - \alpha \quad (2.4)$$

$$VaR_\alpha = -F^{-1}(1 - \alpha) \quad (2.5)$$

其中, F 为股票收益率服从的分布函数。

若股票组合的收益率服从正态分布 $N(\mu_p, \Sigma)$, 则其 VaR 值为

$$\begin{aligned} P(X < -VaR_\alpha) &= \Phi\left(\frac{-VaR_\alpha - \mu_p}{\sqrt{\Sigma}}\right) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{VaR_\alpha + \mu_p}{\sqrt{\Sigma}}\right) \\ &= 1 - \alpha \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\Phi\left(\frac{VaR_\alpha + \mu_p}{\sqrt{\Sigma}}\right) = \alpha \quad (2.7)$$

$$VaR_\alpha = -\mu_p + \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sqrt{\Sigma} \quad (2.8)$$

其中, μ_p 、 Σ 通过股票组合的历史样本数据估计如下:

$$\hat{\mu}_p = \sum_{i=1}^n \omega_i \hat{\mu}_i \quad (2.9)$$

$$\hat{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i cov(r_i, r_j) \omega_j \quad (2.10)$$

(3) CVaR 度量

面对金融市场中常见的风险资产(股票), 投资者在投资过程中可能会遭受损失。因此, 有必要对最大潜在损失进行评估。针对上述风险度量指标(VaR)无法满足次可加性这一缺陷, 一些学者提出了 CVaR 以改进对风险度量方法的研究。CVaR 是指在一定的置信水平 α 下, 资产(或资产组合)的损失超过最大潜在损失的期望值, 它反映了损失超过 VaR 值时可能遭受的平均损失的大小。

CVaR 的数学定义如下:

$$CVaR_{\alpha} = -E[X|X < -VaR_{\alpha}] = -\frac{\int_{-\infty}^{-VaR_{\alpha}} xf(x) dx}{\int_{-\infty}^{-VaR_{\alpha}} f(x) dx}. \quad (2.11)$$

其中 X 为股票的收益率($X>0$ 表示收益, $X<0$ 表示损失)变量; α (通常取 95%)为给定的概率置信水平。

假设股票组合 $r_p \sim N(\mu_p, \Sigma)$, 则 r_p 的 CVaR 值如下所示:

$$\begin{aligned} CVaR_{\alpha} &= -\frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi\Sigma}} \int_{-\infty}^{-VaR_{\alpha}} r_p e^{-\frac{(r_p-\mu_p)^2}{2\Sigma}} dr_p}{1-\alpha} \\ &= -\frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi\Sigma}} \int_{-\infty}^{-VaR_{\alpha}-\mu_p} (r_p-\mu_p) e^{-\frac{(r_p-\mu_p)^2}{2\Sigma}} d(r_p-\mu_p) + \frac{\mu_p}{\sqrt{2\pi\Sigma}} \int_{-\infty}^{-VaR_{\alpha}} e^{-\frac{(r_p-\mu_p)^2}{2\Sigma}} dr_p}{1-\alpha} \\ &= -\frac{\frac{-\Sigma e^{-\frac{(VaR_{\alpha}+\mu_p)^2}{2\Sigma}}}{\sqrt{2\pi\Sigma}} + \mu_p(1-\alpha)}{1-\alpha} = -\mu_p - \frac{-\sqrt{\Sigma} e^{-\frac{(VaR_{\alpha}+\mu_p)^2}{2\Sigma}}}{\sqrt{2\pi}(1-\alpha)} \\ &= -\mu_p + \frac{\sqrt{\Sigma} e^{-\frac{\phi^{-1}(\alpha)^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}(1-\alpha)} \end{aligned} \quad (2.12)$$

其中, 对参数 μ_p 、 Σ 的估计与(2.9)、(2.10)式保持一致。

2.1.3 均值-风险模型

Markowitz(1952) 提出的均值-方差模型开启了投资组合理论的量化时代, 对现代投资组合理论的发展作出了巨大贡献。但均值-方差模型的假设条件十分严格, 需满足:

- (1) 强有效性——股票价格反映了所有信息;
- (2) 投资者都是理性且厌恶风险的;
- (3) 资产组合的收益严格服从正态分布;

Markowitz 均值-方差模型通过资产组合的期望收益与方差来表示投资组合的收益和风险, 其数学表达式如下:

$$\begin{cases} \min & \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \text{cov}(r_i, r_j) \omega_j \\ \max & \hat{\mu}_p = \sum_{i=1}^n \omega_i \hat{\mu}_i \\ \text{s.t} & \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1 \\ & \omega_i > 0, i=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2.13)$$

其中, σ_p^2 为投资组合的方差; $\hat{\mu}_p$ 为组合的期望收益率。由于 Markowitz 认为理性的投资者在给定的预期收益下, 倾向于风险更小的投资组合或在一定风险水平下倾向于投资可以带来更大收益的资产组合, 因此经典的均值-方差多目标优化模

型可以等价地转化为以下两种单目标投资组合优化模型：

$$\begin{cases} \min & \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \text{cov}(r_i, r_j) \omega_j \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^n \omega_i \hat{\mu}_i \geq \mu_0 \\ & \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1 \\ & \omega_i > 0, i=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2.14)$$

$$\begin{cases} \max & \hat{\mu}_p = \sum_{i=1}^n \omega_i \hat{\mu}_i \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \text{cov}(r_i, r_j) \omega_j \leq \sigma_0^2 \\ & \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1 \\ & \omega_i > 0, i=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2.15)$$

(2.14)式中的 μ_0 为投资者可以接受的最低收益，(2.15)式中 σ_0^2 表示投资者所能承受投资组合带来的最大风险。较投资者的最大承受风险难以量化而言，投资者对资产组合的预期收益往往主观确定或基于市场情况进行判断。鉴于此，广大研究者大多基于(2.14)式对传统模型进行改进，譬如，利用 VaR 和 CVaR 值替换均值-方差模型中的方差作为投资组合的风险度量方法，进而得到正态分布假设下的 M-VaR 与 M-CVaR 投资组合优化模型如下：

$$\begin{cases} \min & \text{VaR}_\alpha = -\sum_{i=1}^n \omega_i \hat{\mu}_{i_p} + \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \text{cov}(r_i, r_j) \omega_j} \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^n \omega_i \hat{\mu}_i \geq \mu_0 \\ & \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1 \\ & \omega_i > 0, i=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2.16)$$

$$\begin{cases} \min & -\sum_{i=1}^n \omega_i \hat{\mu}_{i_p} + \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_i \text{cov}(r_i, r_j) \omega_j} e^{-\frac{\Phi^{-1}(\alpha)^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}(1-\alpha)} \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^n \omega_i \hat{\mu}_i \geq \mu_0 \\ & \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1 \\ & \omega_i > 0, i=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (2.17)$$

2.2 分形理论

美籍数学家 Mandelbrot(1967) 发现不同长度海岸线具有一定相似性，提出利用分数维度和数学方法研究客观事物更加契合复杂系统的真实状态。在随后几十年，分形理论在数学、物理、金融等领域得到广泛应用，推动了各个学科的发展，为认知世界提供了新的视角。

2.2.1 分形市场

自 1980 年以来，金融市场中大量异常现象表明传统的 EMH 并不契合市场的现实情形。为了更好分析和阐释这些金融异象，许多研究者引入分形理论开展相关研究。本文针对金融领域中的分形有单分形和多重分形的划分^[27]，首先使用重标极差法(R/S)和 MF-X-ADMA 对上海股票市场进行了分形特征的相关分析，

然后分别结合假定分布与波动函数在投资组合领域进行创新研究。

基于非线性科学诞生的 FMH 认为：(1)市场存在摩擦；(2)投资者的决策行为受各种因素的影响；(3)价格无法反映全部信息。总的来说，FMH 中的市场呈现非线性结构，这与实际情况更加契合，表明分形理论可以更准确地刻画和描述市场行为。分形市场理论拓宽了有效市场理论的适用性，将更契合实际市场特性的分形、混沌等非线性理论纳入研究。有效市场与分形市场在投资组合领域的具体比较见表 2.1。

表 2.1 有效市场与分形市场的对比

	EMH	FMH
市场特征	线性	非线性
资产收益率序列	服从正态分布	呈现尖峰厚尾特征
		具有长程相关性、标度不变性、非同质性

表 2.1 中的长程相关性又可以称为持续性(或长记忆性)，表示今天的价格变化将影响未来的价格变化，反应了价格或收益率的可预测性，但这种可预测的长度与长程相关性的长度有关。标度不变性体现了金融资产价格在不同时间标度下的相关性，表明了价格序列的规模变化。在股票市场中，非同质性表现为股票价格波动的突变性，例如重大事件的发生或经济政策的实施导致股票价格出现暴涨、暴跌等情况。

2.2.2 R/S 法计算 Hurst 指数

英国水文专家 H.E.Hurst(1957)在研究尼罗河水库水流量和贮存能力的关系时，发现用有偏的随机游走(分形布朗运动)能够更好地描述水库的长期存贮能力，并在此基础上提出了用重标极差分析法(R/S 法)来建立 Hurst 指数，该指数可以作为判断时间序列数据遵从随机游走还是有偏的布朗运动的指标。

根据 R/S 法，计算不同股票收益率序列的 Hurst 指数如下：

将收益率序列 r 分为长度为 e 的 A 个相邻子序列，记第 a 个子序列为 $L_a(a = 1, \dots, A)$ ，则其均值与标准差分别为

$$\bar{r}_a = \frac{1}{e} \sum_{i=1}^e r_{ai} \quad , \quad S_a = \sqrt{\frac{1}{e} \sum_{i=1}^e (r_{ai} - \bar{r}_a)^2}. \quad (2.18)$$

记 L_a 的累计离差序列为 X_{aj} , 则

$$X_{aj} = \sum_{i=1}^j (r_{ai} - \bar{r}_a) \quad , \quad j = (1, \dots, e). \quad (2.19)$$

记累计离差序列 X_{aj} 的极差为

$$R_a = \max(X_{aj}) - \min(X_{aj}) \quad , \quad 1 \leq j \leq e. \quad (2.20)$$

记子序列 L_a 的重标极差为

$$\left(\frac{R}{S}\right)_a = \frac{R_a}{S_a}. \quad (2.21)$$

易得 A 个子序列的重标极差的均值为

$$\left(\frac{R}{S}\right)_A = \frac{1}{A} \sum_{a=1}^A \left(\frac{R}{S}\right)_a. \quad (2.22)$$

当 L_a 的长度 e 取不同值时, 根据幂律关系可得

$$\left(\frac{R}{S}\right)_A = c \cdot e^H \quad (2.23)$$

式中 c 为常数。

对(2.23)式两边同时取对数, 有

$$\ln \left(\frac{R}{S}\right)_A = \ln c + H \ln e \quad (2.24)$$

采用最小二乘法可拟合出回归直线, 该回归模型的斜率系数 H 为 Hurst 指数。

Hurst 指数反映的是一长串相互联系事件的结果, 今天发生的事将影响未来、过去的事也会影响现在, 这正是分析股票市场所需要的理论和方法。根据 Hurst 指数 H 的不同取值, 可以判断时间序列的如下三种特性:

如果 $H = 0.5$, 表明时间序列接近随机游走, 即未来增量与过去增量无关;

如果 $0.5 < H < 1$, 表明时间序列存在长期记忆性(或持续性);

如果 $0 \leq H < 0.5$, 表明时间序列具有均值回复性(或反持续性)。

也就是说, 只要 $H \neq 0.5$, 就可以用有偏的布朗运动(即分形布朗运动)来描述该时间序列数据。通过 R/S 法虽然可以区分布朗运动和分形布朗运动, 但它依赖于时间序列的极值(即对异常值较为敏感), 因此只适用于平稳时间序列或无趋势时间序列。

2.3 收益-风险比率

Sharpe(1966) 提出的 Sharpe 比率作为一个可以同时考虑收益与风险加以考虑的综合指标, 被广泛应用于投资组合的绩效评估中。Sharpe 比率通常用正态假设下的标准差对收益进行风险调整, 事实上, 在现实市场中, 金融资产的收益率不一定服从正态分布特征。针对这一不足, 已有学者提出了更为合理的投资绩效评估指标。譬如, Keating 和 Shadwick(2002) 提出了资产收益不服从正态分布时, 考虑收益整个分布信息的 Omega 比率。之后, Kaplan 和 Knowles(2004) 基于 Omega 比率又定义了一个更为广义的风险调整后的绩效评估指标, 即如下的 Kappa 比率:

$$K_m(\delta) = \frac{\mu - \delta}{\sqrt[m]{\int_{-\infty}^{\delta} (\delta - R)^m dF(R)}} \quad (2.25)$$

其中 μ 为预期收益, δ 为收益的临界阈值, $F(R)$ 表示收益 R 的累积概率密度函数, 易知分母为收益的 m 阶下偏矩。Kappa 比率仅由单一参数 m 决定产生其他变体, 譬如, 当 m 分别取 1 和 2 时,

$$K_1(\delta) + 1 = \frac{\int_{\delta}^{\infty} [1 - F(R)] dR}{\int_{-\infty}^{\delta} F(R) dR} + 1 = \Omega(\delta) \quad (2.26)$$

$$K_2(\delta) = \frac{\mu - \delta}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\delta} (\delta - R)^2 dF(R)}} = S(\delta) \quad (2.27)$$

上述(2.26)式和(2.27)式分别被称为 Omega 比率和 Sortino 比率。

2.4 传统教与学算法(TLBO)

传统的 TLBO 算法模拟的是现实生活中的教学过程, 该算法主要分为以下两个阶段:

1) 教师阶段

首先, 将班级内所有个体视为种群, 每个个体代表一个解决方案, 反应个体掌握知识水平的综合评价指标即为适应度值, 确定适应度值最优的个体为教师。其次, 教师根据所有学生的平均水平运用以下表达式教授知识:

$$u_z^* = u_z + R_z [u_{teacher} - R_f \cdot Mean(u)] \quad (2.28)$$

$$Mean(u) = mean[u, 0] \quad (2.29)$$

其中 u_z 、 $u_{teacher}$ 分别为学生 z 与教师的初始成绩向量, 而 u_z^* 表示学生 z 经过教师阶段学习后的成绩向量; $Mean(u)$ 是所有学生各科成绩的均值向量, 由式(2.29)

确定； R_z 取 $[0,1]$ 间的随机数， R_f 为教学因子。

2) 学生阶段

该算法的第二部分是学生阶段。在这个阶段，学生 1 随机地与其他学生(记为学生 2)进行互动学习，以增加自我的知识储备。通过学生之间的互相学习，算法被赋予变异机制。如果学生 1 的知识水平高于随机选择的学生 2，学生 1 就离开随机选择的学生 2；反之，如果学生 1 的知识水平低于随机选择的学生 2，则学生 1 就靠近学生 2。这一阶段由下式给出：

$$u_{1}^{**} = \begin{cases} u_1^* + R_1(u_1^* - u_2^*), & \text{fitness}(u_2^*) > \text{fitness}(u_1^*) \\ u_1^* + R_1(u_2^* - u_1^*), & \text{fitness}(u_2^*) < \text{fitness}(u_1^*) \end{cases} \quad (2.30)$$

其中 $\text{fitness}(u_1^*)$ 、 $\text{fitness}(u_2^*)$ 分别反应教师阶段学习后学生 1 和学生 2 的知识水平，即各自的适应度值； u_{1}^{**} 表示学生阶段随机学习后学生 1 的成绩向量。

通过教师阶段与学生阶段的学习后，当前学生个体既有学习之前的知识储备与学习方法，又具备了新的知识与学习方式。事实上，学生在现实学习过程中往往会选择最适合自己的学习方法，即按照(2.31)式更新成绩向量：

$$u_z^+ = \begin{cases} u_z^-, & \text{fitness}(u_z^+) > \text{fitness}(u_z^-) \\ u_z^+, & \text{fitness}(u_z^+) < \text{fitness}(u_z^-) \end{cases} \quad (2.31)$$

若目标函数越小越好，则经过学习后适应度值减小意味着学生 z 的知识水平有所提高，更新后的各科成绩为 u_z^+ ；反之，当适应度值增加，即学生 z 的知识水平在学习后反而降低，造成这一现象的原因可能是适合被学习者的学习方法不适合学生 z 。以提高学生所掌握的知识水平为目标，为保证每次学习的正效用(提高知识水平视为正效用，降低知识水平视为负效用)，若学习后的适应度值增加，则学习方法不做改变、知识储备与学习之前保持一致，学生 z 经过此次学习后的各科成绩仍为 u_z^- 。

2.5 本章小结

本章对传统投资组合理论、分形理论、收益-风险比率及 TLBO 算法进行了简单介绍，包括投资收益、投资风险、均值-风险模型、EMH 与 FMH 在金融投资领域的对比、收益-风险比率的理论和 TLBO 算法的基本原理，为下面第三章和第四章基于分形分析构建收益-分形风险比模型提供理论依据。

3 单分形分析下的收益-风险比模型(R-ALCV-R)

本章将分形理论和收益-风险比率都纳入投资组合框架当中，首先利用 R/S 法分析股票收益的分形特征，然后从资产配置比例方面对传统投资组合模型进行改进，主要包括：在股票收益率服从 ALD 的假设下，采用 CVaR 值度量投资组合的风险，进而构建收益-CVaR 比(即 R-ALCV-R)投资组合模型。之后，利用提出的 SLTLBO 算法求解最优投资比例，最终得到分形框架下基于 R-ALCV-R 的投资组合。

3.1 非对称拉普拉斯分布(ALD)

设随机变量服从参数 $\mu \in R$ 、 $\tau > 0$ 的 ALD，即 $X \sim ALD(\mu, \tau^2)$ ，则其概率密度函数为

$$f(x) = \frac{\sqrt{2}k}{\tau(1+k^2)} \exp\left\{-|x|\left(\frac{\sqrt{2}k}{\tau}I_{[x \geq 0]} + \frac{\sqrt{2}}{\tau k}I_{[x < 0]}\right)\right\} \quad (3.1)$$

其中， $k = \frac{\sqrt{2}\tau}{\mu + \sqrt{\mu^2 + 2\tau^2}}$ ， $I_{[\cdot]}$ 为示性函数。易得随机变量的均值和方差分别为 μ 和 $\mu^2 + \tau^2$ 。假设随机变量 X 为某股票的收益率，图 3.1 给出了不同参数假设下收益率服从 ALD 时的概率密度曲线图。

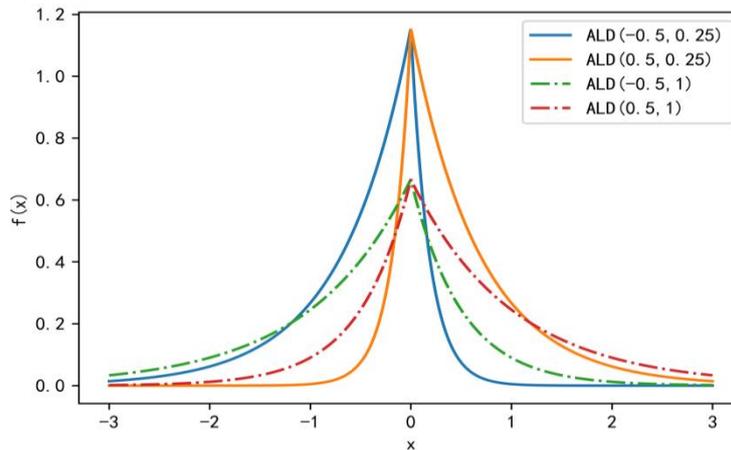


图 3.1 不同参数下 ALD 的密度函数图像

在图 3.1 中，当尺度参数 τ 分别为 0.5 或 1 时，密度函数图像随着位置参数 μ 的增大(即 μ 依次取值 -0.5、0.5) 逐渐呈现右偏状态，即右端风险发生的概率也随之增大。当位置参数 μ 为 -0.5 或 0.5 时，尺度参数越大，分布的尾部越厚，即尾部

风险发生的概率也随之越大。因此，用 ALD 拟合股票收益率序列的“尖峰厚尾”特征符合金融资产收益率的实际分布情况。

3.2 ALD 下的 CVaR 值

3.2.1 ALD 下单个资产的 CVaR 值

从式(2.11)可以看出，CVaR 值的大小与股票收益率的分布情况直接相关，考虑到股票收益率存在“尖峰厚尾”的分形特征，本节在股票收益率服从 ALD 的假设下，计算单支股票 i 的 CVaR 值，并将该值记为 $ALCV_i$ 。下面将(3.1)式代入(2.11)式，得到

$$\begin{aligned}
 ALCV_i &= -\frac{\int_{-\infty}^{-VaR_\alpha} \frac{\sqrt{2}k}{\tau(1+k^2)} \cdot x \cdot \exp\left\{-|x| \frac{\sqrt{2}}{\tau k} I_{[x<0]}\right\} dx}{\int_{-\infty}^{-VaR_\alpha} \frac{\sqrt{2}k}{\tau(1+k^2)} \exp\left\{-|x| \frac{\sqrt{2}}{\tau k} I_{[x<0]}\right\} dx} \\
 &= -\frac{-VaR_\alpha \frac{\tau k}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\sqrt{2}VaR_\alpha}{\tau k}} - \frac{\tau^2 k^2}{2} e^{-\frac{\sqrt{2}VaR_\alpha}{\tau k}}}{\frac{\tau k}{\sqrt{2}} \cdot e^{-\frac{\sqrt{2}VaR_\alpha}{\tau k}}} \\
 &= -VaR_\alpha - \frac{\tau k}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{\tau k}{\sqrt{2}} - \frac{\tau k}{\sqrt{2}} \ln \frac{(1-\alpha)(1+k^2)}{k^2} = \frac{\tau k}{\sqrt{2}} - \frac{\tau k \ln(1-\alpha)}{\sqrt{2}} - \frac{\tau k}{\sqrt{2}} \ln \left(1 + \frac{1}{k^2}\right). \quad (3.2)
 \end{aligned}$$

将 $k = \frac{\sqrt{2}\tau}{\mu + \sqrt{\mu^2 + 2\tau^2}}$ 代入(3.2)式，整理可得

$$ALCV_i = \frac{\tau^2}{\mu + \sqrt{\mu^2 + 2\tau^2}} \left[(1 - \ln(1 - \alpha)) - \ln \left(2 + \frac{\mu}{\frac{\tau^2}{\mu + \sqrt{\mu^2 + 2\tau^2}}} \right) \right]. \quad (3.3)$$

事实上，(3.3)式可以等价地转化为以下形式：

$$ALCV_i = \varphi(\mu, \tau) \left[(1 - \ln(1 - \alpha)) - \ln \left(2 + \frac{\mu}{\varphi(\mu, \tau)} \right) \right]. \quad (3.4)$$

其中 $\varphi(\mu, \tau) = \frac{\tau^2}{\mu + \sqrt{\mu^2 + 2\tau^2}}$.

3.2.2 ALD 下股票组合的 CVaR 值

假设市场上存在 n 只股票，第 i 只股票的收益率为 $r_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ，则股票组合的收益率为 $\tilde{r} = (r_1, r_2, \dots, r_n)'$ ，令持有的组合头寸为 $\tilde{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)'$ ，

易得组合收益率为 $r_p = \tilde{\omega}'\tilde{r}$ ，下面给出如下引理：

引理 1^[13]：设股票的收益率向量 $\tilde{r} \sim ALD_n(\mu, \Sigma)$ ， $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)'$ 为 \tilde{r} 的均值向量， $\Sigma = (\tau_{ij})$ 为 n 维方阵，协方差矩阵 $Cov(\tilde{r}) = V$ 。则组合收益率 r_p 服从一维ALD，即 $r_p \sim ALD(\mu_p, \tau_p^2)$ ，其中 $\mu_p = \tilde{\omega}'\mu$ ， $\tau_p^2 = \tilde{\omega}'\Sigma\tilde{\omega}$ 。

引理 1 的证明参考 Kotz 等(2001) 的 6.8.1 节。根据一维 ALD 的分布特征可知，

$$\sigma_p^2 = \mu_p^2 + \tau_p^2. \quad (3.5)$$

即 $\tilde{\omega}'V\tilde{\omega} = \tilde{\omega}'\mu(\tilde{\omega}'\mu)' + \tilde{\omega}'\Sigma\tilde{\omega}$ 。记 $ALCV_p$ 为投资组合的 $CVaR_\alpha$ 值，根据引理 1 和(3.5)式，分别将 μ 和 τ 替换为组合收益率参数 μ_p 和 τ_p ，得到

$$ALCV_p = \varphi(\mu_p, \tau_p) \left[(1 - \ln(1 - \alpha)) - \ln \left(2 + \frac{\mu_p}{\varphi(\mu_p, \tau_p)} \right) \right]. \quad (3.6)$$

其中 μ_p 是 $\tilde{\omega}$ 的线性函数， τ_p^2 是 $\tilde{\omega}$ 的二次函数。

3.3 R-ALCV-R 模型

本文借鉴 Kappa 比率基于超额收益构造广义收益-风险比率作为绩效评估指标的思想^[9]，从收益阈值与风险度量两部分对传统收益-风险比率进行改进。首先，不同于 Kappa 比率中将收益阈值设置为固定值的做法，本文将相同期限内大盘指数的收益率均值作为收益阈值，使得单一股票(或股票组合)产生的超额收益随着市场波动发生变化，符合实际投资情形。其次，在股票收益率正态分布假设下，基于标准差度量风险的方法已不能很好地用于金融建模。因此本文考虑假定分布(ALD)情形下的风险度量方法，以 ALD 下的 CVaR 值(即 $ALCV_i$ 或 $ALCV_p$)替换 Kappa 比率中的下偏矩。

当投资者仅投资股票获得超过市场预期收益时，该项投资中存在的风险通过计算出的 CVaR 值度量。用动态超额收益与一致性风险度量指标构建出 RALCVR：

$$RALCVR = \frac{\mu_R - \mu_I}{ALCV_p}. \quad (3.7)$$

其中 μ_R 与 μ_I 分别对应资产预期收益率和指数平均收益率。本文提出的 RALCVR 不仅可以用于评估投资决策结果，而且在构建投资组合模型方面也有广阔的应用前景。

为了解决传统投资组合模型在风险度量上的缺陷,本文提出以 RALCVR 为目标函数的投资组合模型(即 R-ALCV-R)来研究股票间的投资组合,具体模型如公式(3.8)所示:

$$\begin{cases} \max & \frac{\mu_p - \mu_l}{ALCV_p} = \frac{\tilde{\omega}' \mu_l - \mu_l}{\varphi(\mu_p, \tau_p) \left[(1 - \ln(1 - \alpha)) - \ln \left(2 + \frac{\mu_p}{\varphi(\mu_p, \tau_p)} \right) \right]} \\ \text{s. t.} & \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1 \\ & \omega_i > 0, i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (3.8)$$

其中, ω_i 为各股在股票组合中的投资比例,考虑我国股票市场禁止卖空的现实情形,对投资比例进行约束,即 $\omega_i > 0$ 。

3.4 模型求解

传统的 TLBO 算法相对于粒子群算法、遗传算法等智能优化算法具有更少的调节参数,因此使得其已发展成一种通用的智能优化技术。但是,TLBO 算法也存在固有缺陷,主要体现为容易陷入局部最优解。针对上述缺点,本文提出改进后的 SLTLBO 算法,其主要思路是在 TLBO 的基础上加入自适应选择学习算子,从而提高算法的整体性能。

3.4.1 算法改进

在本节中,针对 TLBO 中的学习算子进行改进,以提高算法在精度方面的性能。

选择学习

TLBO 中的学生阶段表现为当下学生随机学习班级内某一学生。其主旨是使得算法具有变异机制,避免因为教师阶段的学习,导致班级的知识水平过早收敛。由于学习算子模拟的是班级内的学习行为,在现实生活中,理性的学生个体除了随机地向班级内其他学生个体学习外,往往还会选择向综合评价高的学生学习。基于此,将传统学生阶段改造成一种学习者在随机学习的同时又能够选择性学习的学习阶段,本文将改进“学习”算子后的教与学算法记为 SLTLBO,下面给出选择学习算子:

$$u_1^{**} = \begin{cases} u_1^* + R_1 [(1 - p_2)(u_1^* - u_2^*) + (1 - p_{best})(u_{best}^* - u_1^*)], \\ \quad \text{fitness}(u_2^*) > \text{fitness}(u_1^*) \\ u_1^* + R_1 [(1 - p_2)(u_2^* - u_1^*) + (1 - p_{best})(u_{best}^* - u_1^*)], \\ \quad \text{fitness}(u_2^*) < \text{fitness}(u_1^*) \end{cases} \quad (3.9)$$

其中 R_1 是学习因子, u_{best}^* 为精英学生个体的成绩向量, $1 - p$ 度量随机学习与选

择学习的程度，参数 p 取值如下：

$$p_2 = \frac{|fitness(u_1^*) - fitness(u_2^*)|}{|max[fitness(u_1^*)] - min[fitness(u_1^*)]|} \quad (3.10)$$

$$p_{best} = \frac{|fitness(u_1^*) - fitness(u_{best}^*)|}{|max[fitness(u_1^*)] - min[fitness(u_1^*)]|} \quad (3.11)$$

(3.10)式中 p_2 、 p_{best} 分别为随机学习和选择学习的自适应参数，根据学习者与被学习者之间的知识水平差距进行调节，其中 $max[\cdot]$ 、 $min[\cdot]$ 分别表示求取知识水平的最大与最小值。

分析(2.30)式和(3.9)式可知，较传统学习算子仅具有随机学习，SLTLBO中的选择学习算子不仅具有避免算法过早收敛的变异机制，还使算法满足易发掘更加优秀的学生个体这一需求，具有选择性，且随机学习与选择学习的程度均根据学习者与被学习者之间的差距而调整，改进后的算法具备一定程度的自适应能力。在选择学习算子中， p_2 的值越小，反映随机学习程度的参数 $1 - p_2$ 取值越大，学习者1向被学习者2学习的程度越大；同理，若 p_{best} 取值越小，此时学习者1向优秀学生个体选择学习的程度越大，即学习者1更易向与自己差距相对较小的其他个体进行学习。

本文将利用改进后的SLTLBO算法搜寻投资组合最优配置比例(具体改进算法的应用见3.5节和4.3节)，对应定义如表3.1所示。

表 3.1 对照表

教与学算法	投资组合
维度	资产数量
各科成绩向量（个体位置向量）	配置比例
知识水平（适应度值）	目标函数（风险或收益-风险比率）

3.4.2 性能测试

本节对传统TLBO算法以及本文改进的SLTLBO算法进行测试，选取了4个具有代表性的算法性能测试函数^[23]，其参数设置如表3.2所示。

表 3.2 测试函数及其参数设置

类别	测试函数名称	表达式	维度	搜索域	最小值
单峰函数	Sphere Function	$f_1(x) = \sum_{i=1}^{30} x_i^2$	30	[-100,100]	0
	Step Function	$f_2(x) = \sum_{i=1}^{30} (x_i + 0.5)^2$	30	[-100,100]	0
多峰函数	Goldstein-Price Function	$f_3(x) = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 4x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)] \cdot [30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2)]$	2	[-2,2]	3
	Six-Hump Camel-Back Function	$f_4(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$	2	[-5,5]	-1.0316

在性能测试实验中，将改进后的 SLTLBO 算法与传统 TLBO 算法进行比较分析。为了消除不同参数设置对结果可能造成的影响，上述两种算法的参数设置保持一致，即种群数量均为 40，最大迭代次数均设置为 500 次。为减少初始化设置对结果造成的随机性影响，将上述两种算法均独立运行 50 次，根据每次运行寻到的最优值计算出均值和标准差，用以评估算法的有效性和稳定性，测试结果如表 3.3 所示。

表 3.3 两种算法独立运行 50 次的实验结果

测试函数	算法	均值	方差
Sphere Function	TLBO	2.20441E-06	1.37701E-11
	SLTLBO	4.13635E-08	2.26393E-15
Step Function	TLBO	3.45257E-05	4.81639E-08
	SLTLBO	5.1165E-08	3.68022E-15

续表 3.3

测试函数	算法	均值	方差
Goldstein-Price Function	TLBO	3.08653E+00	1.31860E-01
	SLTLBO	3.00414E+00	6.16196E-04
Six-Hump Camel-Back Function	TLBO	-1.03074E+00	1.70941E-05
	SLTLBO	-1.03162E+00	5.7918E-10

表 3.3 的测试结果表明, SLTLBO 算法的求解精度(即近似解与解析解间的差距越小, 算法精度越高; 反之, 两者差距越大, 算法精度越低)与稳定性都比传统 TLBO 算法要好。为了能够更直观地说明所提算法的优越性能, 本文根据在 4 个测试函数上的某次试验结果, 绘制了两种算法的收敛效果对比图, 如图 3.2 所示。

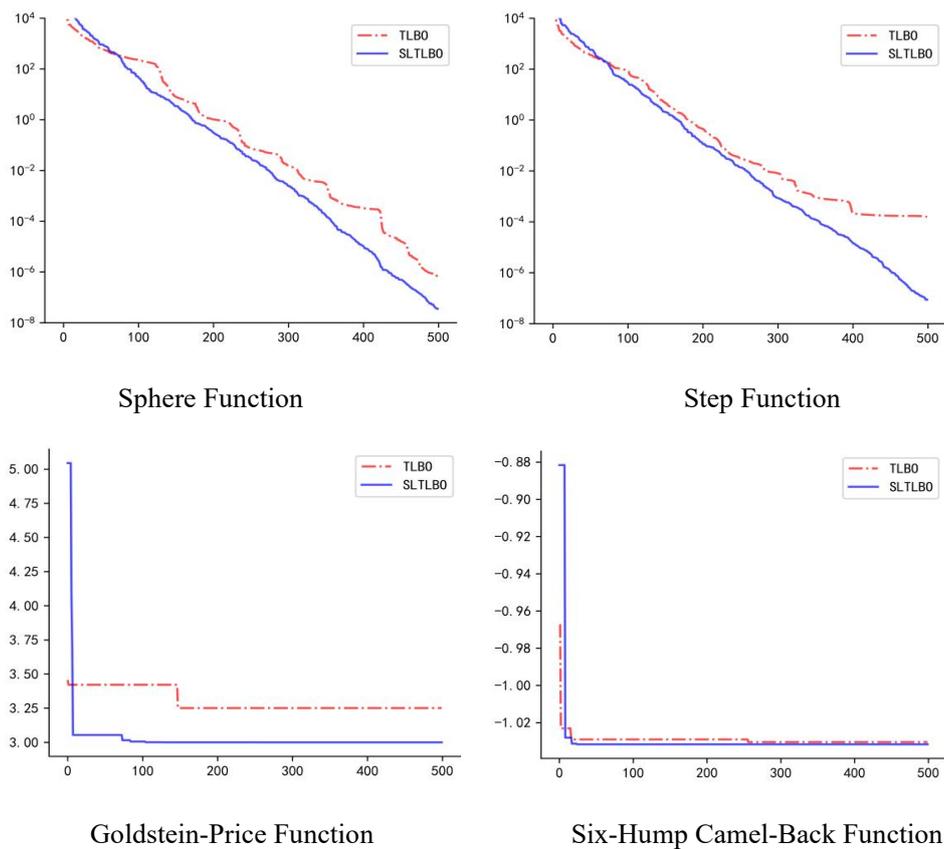


图 3.2 TLBO 和 SLTLBO 的收敛图

根据图 3.2 的结果分析, SLTLBO 算法的收敛性要明显优于传统 TLBO 算法。

这是因为采用了选择学习机制，使得 SLTLBO 在全局搜索和局部发掘能力之间取得适当的平衡，大大提高了算法的性能。

3.4.3 配置比例寻优算法设计

在投资组合过程中，最优的配置比例是获取投资收益的关键。本文基于给定的历史样本，以投资组合优化模型为目标函数，利用改进后的 SLTLBO 算法在限定的参数区间内不断地搜寻更优的配置比例，进而确定最佳投资组合。首先定义如下参数： M 为班级内个体数量； G_{\max} 为最大迭代次数； $[lb, ub]$ 为决策变量取值范围，本文取值为 $[0,1]$ 。利用 SLTLBO 算法求解投资组合优化问题的流程如下：

步骤 1 初始化设置，包括班级规模 M ，最大迭代次数 G_{\max} ，决策变量约束；

步骤 2 在变量取值范围内初始化每个个体的各科成绩，并计算综合评价指标(即适应度值)，将综合评价最好的个体确定为教师；

步骤 3 通过(2.29)式确定各科成绩的平均值，教师根据学生的平均成绩按(2.28)式教授知识。经过学习后学生所掌握的知识水平发生变化(即适应度值较学习之前减小或增大)，利用(2.31)式对学生的各科成绩进行更新，并计算对应的综合评价指标(即知识水平的体现)；

步骤 4 利用(3.9)式进行学生间的随机学习与选择学习，同理通过(2.31)式更新每个学生的各科成绩，并计算最新适应度值；

步骤 5 利用该算法求解投资组合问题，投资组合的目标函数将进行多次迭代，每次迭代相对于前一次迭代得到改进，直到达到最大迭代次数时，寻得使其最大的成绩向量，终止算法，流程图如图 3.3 所示。

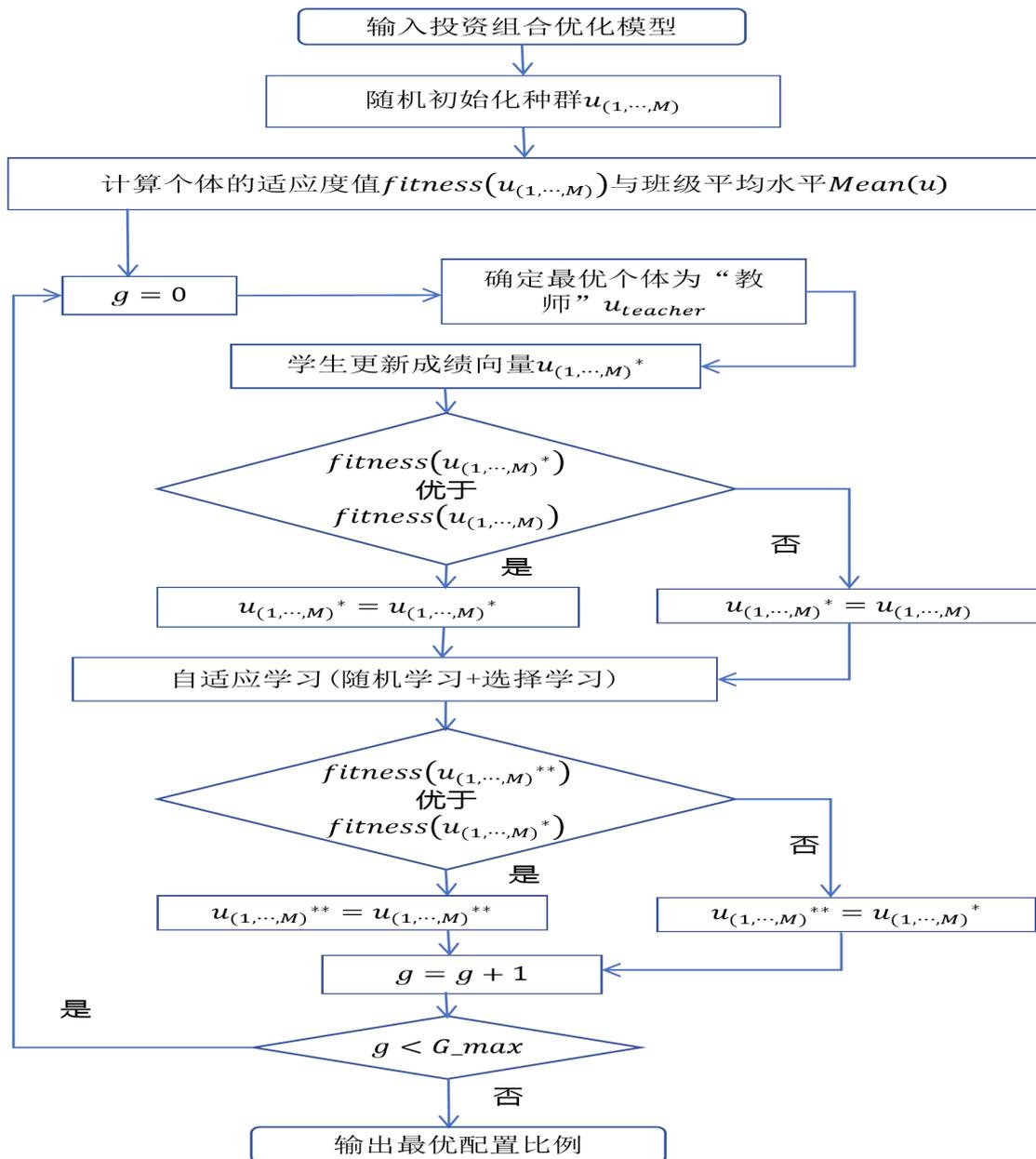


图 3.3 基于 SLTLBO 的投资组合流程图

3.5 实证分析

为验证本文提出结合 ALD 与收益-风险比率构造投资组合模型的实用性，本节首先检验上海股票市场的分形特征，然后以 3.3 节中提出的最大化 R-ALCV-R 模型为例，与传统 M-V、M-VaR、M-CVaR 等模型均通过相同参数设置下的 SLTLBO 算法在不同策略调整周期下求解最优资产配置比例，最后进行比较分析。

3.5.1 数据描述

本文收集了上证 50 指数及其主要成分股自 2018 年 1 月至 2022 年 12 月共

1206 个交易日的日收盘价数据，数据来自 Wind 数据库，这些股票的介绍详见附录。对各主要成分股收益率的描述性统计如表 3.4 所示。

表 3.4 股票收益率的描述统计

符号	均值	标准差	偏度	峰度	JB 值	p 值
W1	-0.000315	0.014522	-0.346262	4.256111	100.412177	0.000000
W2	0.000424	0.024701	0.235819	1.611424	109.581376	0.000000
W3	0.000190	0.019667	0.159989	2.061275	50.655083	0.000000
W4	0.000028	0.024814	0.129102	2.041227	50.795388	0.000000
W5	-0.000656	0.020362	0.138702	3.222098	5.938791	0.051334
W6	0.000436	0.030862	0.342120	1.923732	83.015019	0.000000
W7	-0.000179	0.031408	0.110020	1.532368	112.246470	0.000000
W8	-0.000480	0.025111	-1.316374	11.441903	3881.000467	0.000000
W9	0.000134	0.028407	-1.250202	15.779619	8423.018082	0.000000
W10	0.000236	0.026028	-0.546510	6.940850	826.289202	0.000000
W11	0.001230	0.025414	-0.274047	2.632543	22.423618	0.000014
W12	0.000745	0.020694	-0.102234	1.791793	76.898496	0.000000
W13	-0.000128	0.021239	0.244982	2.071167	56.613334	0.000000
W14	-0.000025	0.021380	-0.181272	3.155426	7.530400	0.023163
W15	0.000123	0.021452	-0.366840	5.109025	244.781594	0.000000
W16	0.000017	0.017762	0.181717	2.781441	9.389420	0.009144
W17	0.000638	0.024132	-0.047597	2.060069	46.096014	0.000000
W18	-0.000232	0.010293	-0.323647	11.360212	3486.635931	0.000000
W19	-0.000361	0.017949	0.333615	1.960579	77.917709	0.000000
W20	-0.000293	0.011311	0.177380	7.899054	1192.858584	0.000000
W21	-0.000445	0.022055	0.167919	1.645586	99.364009	0.000000
W22	0.000163	0.023050	0.462163	3.541121	56.443419	0.000000
W23	-0.000438	0.019478	-4.405572	85.086410	339259.614607	0.000000
W24	-0.000031	0.022906	0.635909	4.919788	261.200307	0.000000
W25	-0.000288	0.020624	0.200736	4.204094	78.183414	0.000000
W26	-0.000421	0.015840	-0.108113	5.557048	323.476669	0.000000
W27	0.001339	0.029935	0.006970	1.383268	132.989650	0.000000
W28	0.000332	0.031858	-0.653114	7.419763	1050.446564	0.000000
W29	0.000300	0.034710	-0.997885	11.550854	3825.336600	0.000000
W30	0.000336	0.024432	-1.085298	10.868475	3305.114232	0.000000

由表 3.4 可知，上证 50 指数的主要成份股收益波动较大。从偏度来看，各成份股收益率序列的偏度均不为 0，说明主要成份股的收益分布都属于偏态分布。

在峰度方面，各成分股收益率的峰度值均大于 0，说明成分股的收益率序列均呈现“尖峰”特征，不符合传统投资组合正态分布的假设。在 Jarque-Bera 检验方面，所有收益率序列的 p 值都小于显著性水平 0.05，拒绝收益率分布为正态分布的原假设，证明严苛的正态分布假设并不符合实际的股票收益分布特征。

3.5.2 股票市场的单分形特征分析

EMH 下股票价格变动是独立、线性的，遵循对数正态分布的随机过程。然而，股票收益率序列的“尖峰厚尾”等特征都无法在线性理论下得到有效解释。股票市场的实际统计特性更契合 FMH，本节印证了上海股票市场存在分形特征。

1) 非正态性检验

根据 EMH，股票收益率序列应服从正态分布，而实际上，股票收益率序列呈现出“尖峰厚尾”的分布特征。从图 3.4 中可以直观地看出，W1、W2、W3、W4 的日收益率序列呈现明显的尖峰厚尾特性，其余股票的日收益率分布详见附件。

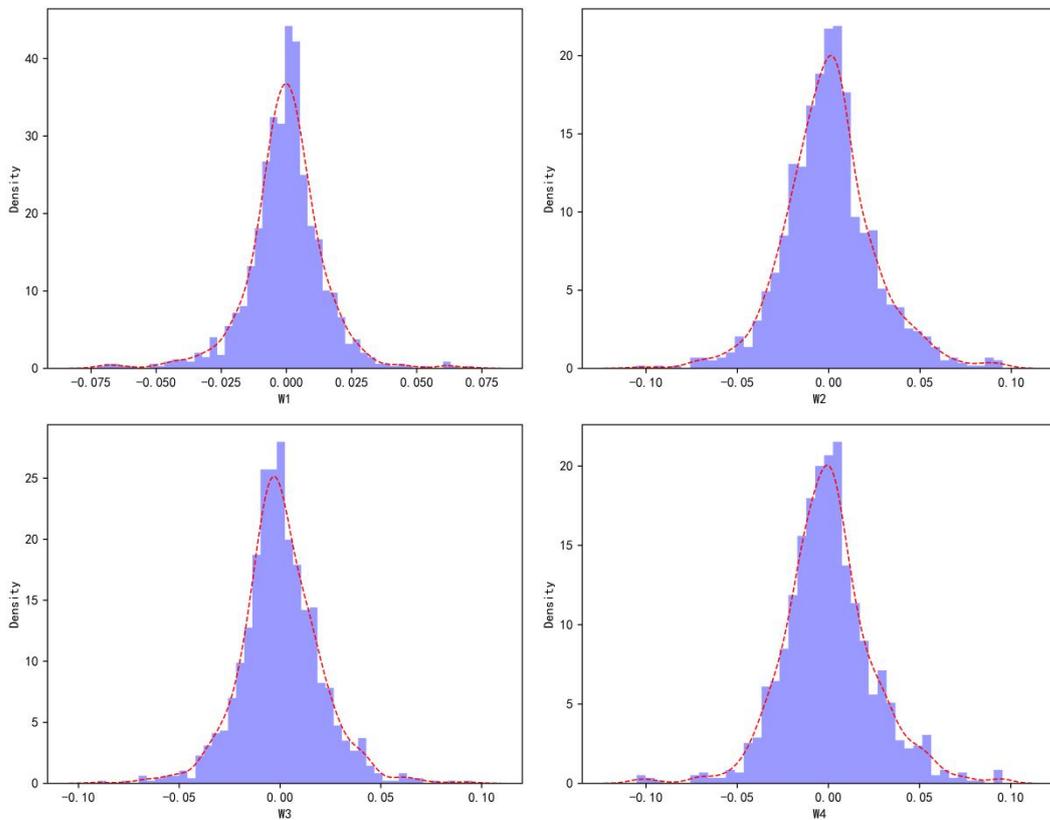


图 3.4 W1、W2、W3、W4 日收益率直方图

为进一步证明上海股票市场收益率序列的非正态性，下面将采用 Quantile-Quantile 图验证成分股 W5、W6 的日收益率序列是否服从正态分布，其 Q-Q 图如 3.5 所示。

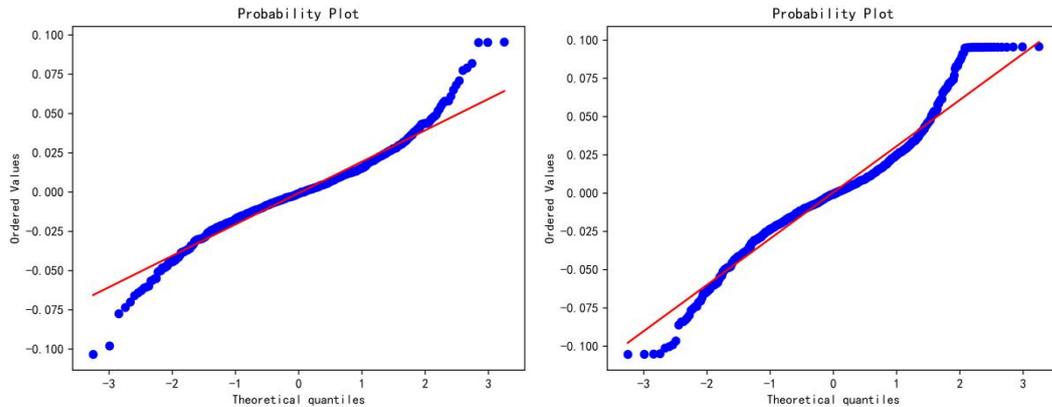


图 3.5 W5 (左)、W6 (右) 日收益率 Q-Q 图

由图 3.5 可以看出，图形均呈现下半部分向下偏移，上半部分向上偏移的趋势，图形结果再一次验证了收益率序列不服从正态分布。

2) 基于 R/S 法的单分形分析

R/S 分析法是检验时间序列单分形特征的重要方法。首先，根据样本的大小确定 e 的取值范围为 $5 \sim \frac{T}{4}$ ，其中 T 为收益率序列的长度。表 3.5 给出了所有主要成份股日收益率序列的 Hurst 指数，为增加结果可信度，本文补充了样本股 W7~W16 的 $\ln\left(\frac{R}{S}\right)_A$ 和 $\ln e$ 的散点图与拟合直线如图 3.6 所示。

表 3.5 各成份股的 Hurst 指数

符号	H	符号	H	符号	H
W1	0.507909	W11	0.616074	W21	0.535663
W2	0.558960	W12	0.599972	W22	0.551300
W3	0.535669	W13	0.502814	W23	0.527497
W4	0.504769	W14	0.543165	W24	0.580074
W5	0.534961	W15	0.511675	W25	0.552902
W6	0.555551	W16	0.594200	W26	0.562356
W7	0.602114	W17	0.521071	W27	0.587356
W8	0.586355	W18	0.569484	W28	0.597351
W9	0.557071	W19	0.557056	W29	0.615843
W10	0.546222	W20	0.562472	W30	0.572536

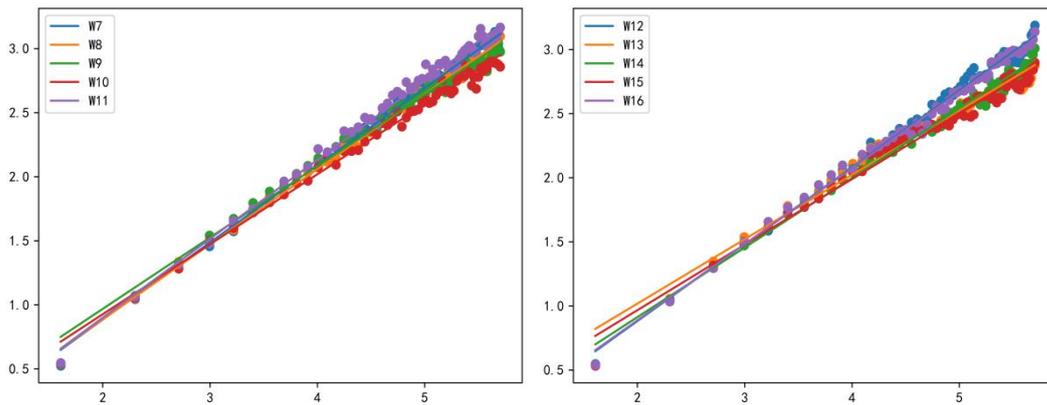


图 3.6 W7~W16 收益率的 R/S 分析

由表 3.5 和图 3.6 可知，所有主要成份股日收益率序列的 Hurst 指数都大于 0.5，说明股票日收益率序列并非随机游走，而是呈现长程相关性(或持续性、长记忆性)，即上海股票市场具有单分形特征。

3.5.3 动态调整策略

样本外的效果检验决定了投资组合的优劣。因此，本文基于滑动窗口法和 SLTLBO 算法对 3.3 节提出的最大化 R-ALCV-R 收益-分形风险比模型的样本外效果进行检验，并与传统的 M-V、M-VaR、M-CVaR、等权重以及直接投资上证 50 指数的效果进行对比分析。具体步骤如下：

步骤 1 将第 1~600 个交易日作为第 1 个估计样本区间。根据此区间的样本数据利用 SLTLBO 算法求出使投资组合 RALCVR 值最大的资产配置比例，并按照该配置比例构建第 $601 \sim 600 + \varepsilon$ 个交易日的投资组合；

步骤 2 将第 $1 + \varepsilon \sim 600 + \varepsilon$ 个交易日作为第 2 个估计样本区间。根据该估计样本区间求出投资组合收益-分形风险比率(RALCVR)最大的资产配置比例，并利用该配置比例得到第 $601 + \varepsilon \sim 600 + 2\varepsilon$ 个交易日的投资组合；

步骤 3 以此类推，以第 $i (i \geq 600)$ 个交易日前的 600 个交易日作为估计样本区，根据该区间调整在第 $i + 1 \sim i + \varepsilon$ 个交易日的投资组合配置，最终进行了 $\lfloor \frac{606}{\varepsilon} \rfloor$ ($\lfloor \cdot \rfloor$ 表示取整数、 ε 为调整周期)次调整，得到预测区间 606 个交易日的动态最佳投资组合配置方案。其中 ε 取不同值时对应的策略调整周期如表 3.6 所示：

表 3.6 动态调整策略

调整周期/交易日	调整策略
22	月调整
60	季调整
110	半年调整
220	年调整
606	静态调整

需要说明的是，当 $i = 600$ ， $\varepsilon = 606$ 时，意味着将样本按照约 5:5 划分为两个子集，即此时为不进行策略调整的投资组合(或静态策略下的投资组合)。

3.5.4 R-ALCV-R 与传统投资组合的比较分析

本文在对 R-ALCV-R 模型与传统投资组合模型进行比较分析时，为了保证分析结论的有效性与可靠性，在进行实证研究时遵循以下三点：

(1)均值-风险模型采用预期收益约束下的最小化风险模型如式(2.14)、(2.16)和(2.17)所示，其中预期收益为对应投资期限内上证 50 指数的日收益率均值；

(2)在对照指标的选取上，本文基于日收益率均值、标准差和夏普比率，对投资组合的收益与风险进行样本外检验；

(3)在相同的策略调整周期下依次进行投资组合。

R-ALCV-R 与传统投资组合模型在不同策略调整周期下的实证分析结果分别见表 3.7、3.8。

表 3.7 R-ALCV-R 的样本外检验结果

评价指标	投资模型	月调整	季调整	半年调整	年调整	静态调整
收益率均值		-0.000544	-0.000469	-0.000655	0.000270	-0.000040
标准差	R-ALCV-R	0.021758	0.022921	0.022156	0.022894	0.024310
夏普比率		-0.029578	-0.024842	-0.034056	0.007415	-0.005745

表 3.8 传统投资组合模型的样本外检验结果

评价指标	投资模型	月调整	季调整	半年调整	年调整	静态调整
收益率	M-V	-0.000264	-0.000247	-0.000341	-0.000160	-0.000204
	M-VaR	-0.000265	-0.000306	-0.000243	-0.000178	-0.000117
	M-CVaR	-0.000343	-0.000309	-0.000333	-0.000178	-0.000165
	1/N			0.000020		
	Index			-0.000412		
标准差	M-V	0.008446	0.008382	0.008425	0.008338	0.008256
	M-VaR	0.008441	0.008564	0.008343	0.008343	0.008726
	M-CVaR	0.008424	0.008406	0.008531	0.008270	0.008176
	1/N			0.011947		
	Index			0.012537		
夏普比率	M-V	-0.043116	-0.041393	-0.052344	-0.031241	-0.036814
	M-VaR	-0.043183	-0.047464	-0.041137	-0.033290	-0.024833
	M-CVaR	-0.052596	-0.048680	-0.050778	-0.033596	-0.032453
	1/N			-0.006661		
	Index			-0.040805		

结合表 3.7、3.8 可知：

基于收益率均值衡量投资组合的收益。结果显示，利用 SLTLBO 算法在调整周期较长的策略下求解 R-ALCV-R 收益-分形风险比模型获得的最优配置比例在投资收益方面的表现优异。其中年调整策略下 R-ALCV-R 的日收益率均值 0.0270% 较传统投资模型中收益最高的等权重模型获得的 0.0020% 的收益率还要高出 0.0250%。此外，静态调整策略下基于 R-ALCV-R 模型的投资收益虽然为 -0.0040%，但相比于除等权重模型外其他传统投资组合模型的投资收益要高。

基于标准差衡量投资组合的风险。不同策略调整周期下基于传统投资组合的样本外投资风险均小于基于 R-ALCV-R 模型的风险。这是由于 R-ALCV-R 模型为保证投资组合的高收益，忽视了高收益股票带来的风险，投资此类股票的比重过高，增加了投资组合的整体风险。

基于夏普比率综合衡量投资组合的收益与风险。结果表明，任何策略调整周期下，R-ALCV-R 的夏普比率都大于除等权重模型外的所有传统投资组合模型。当以年为周期动态调整最优配置比例时，基于 R-ALCV-R 模型的夏普比率为 0.7415%，此时所有传统投资组合的夏普比率都小于 0，即年调整策略下基于 R-ALCV-R 模型构建投资组合能取得更好的投资效果。

上述指标验证了本文结合股票市场具有分形特征的现实情况与收益-风险比率构造分形框架下的 R-ALCV-R 模型的有效性。利用所提模型获得的最优配置比例能够使投资组合在单位风险下取得更高的收益,且当上海股票市场行情不佳时可以在一定程度上减小投资者的损失。

图 3.7~3.10 直观地显示了不同周期下动态调整股票配置比例时, M-V、M-VaR、M-CVaR、仅投资上证 50 指数及 R-ALCV-R 模型的累计收益率曲线图。

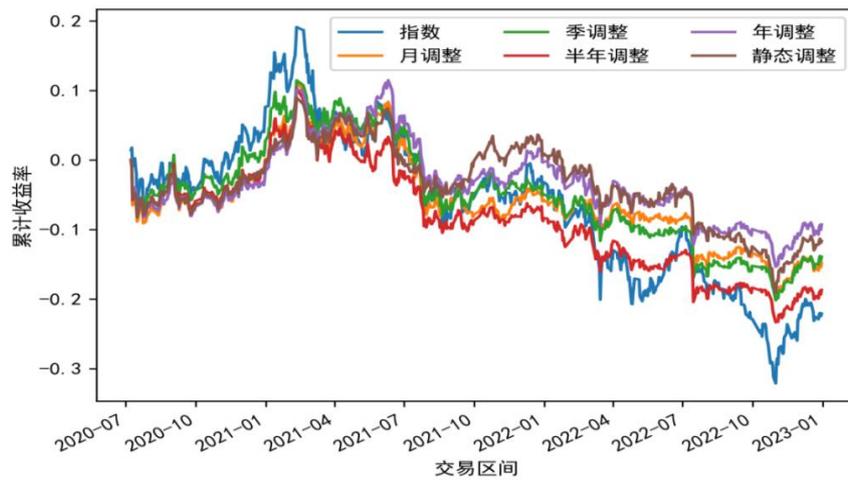


图 3.7 动态调整策略下 M-V 的累计收益率曲线

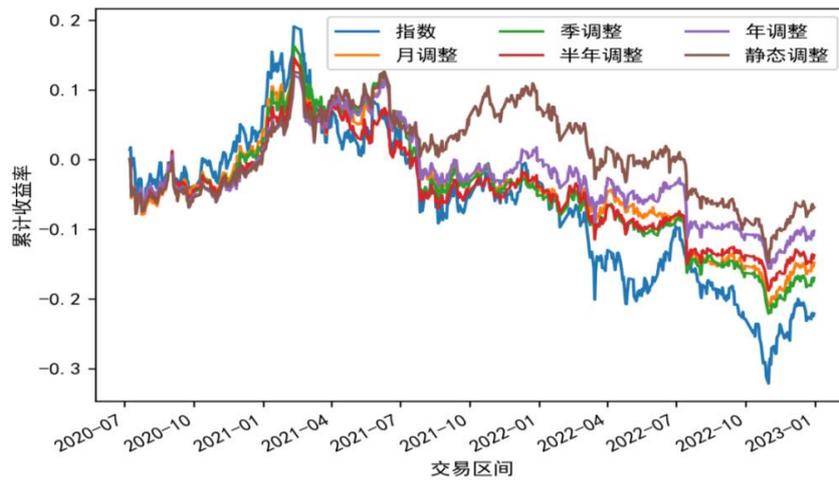


图 3.8 动态调整策略下 M-VaR 的累计收益率曲线

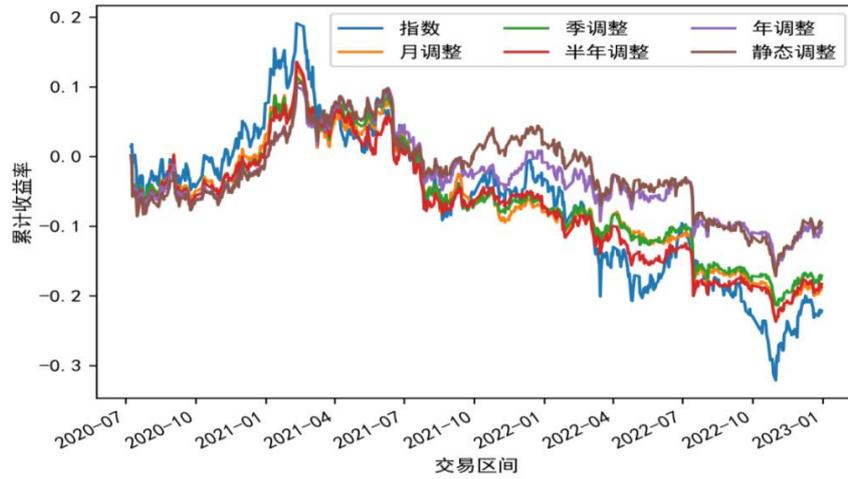


图 3.9 动态调整策略下 M-CVaR 的累计收益率曲线

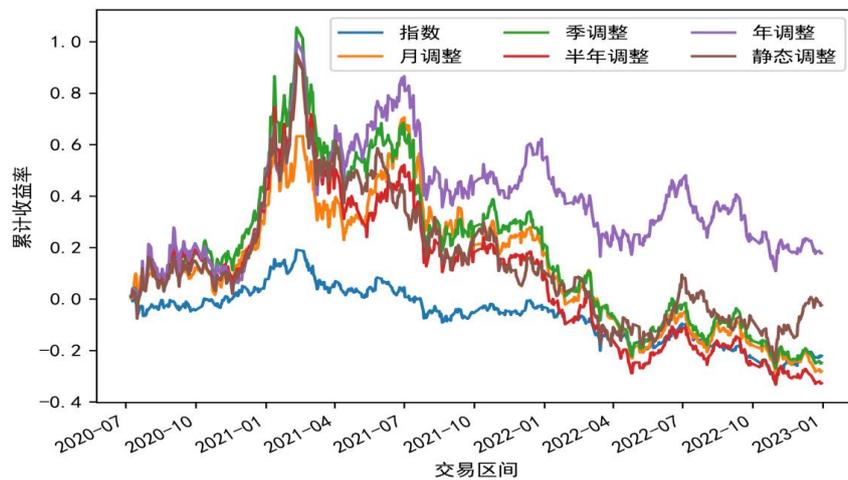


图 3.10 动态调整策略下 R-ALCV-R 的累计收益率曲线

通过图 3.7~图 3.10 中可以发现当股票配置比例的调整周期较长时，同一模型的累计收益率明显高于基于其他策略调整周期下动态调整配置比例得到的累计收益率，即以年(或 606 个交易日)为周期动态调整各股票的资金配置能够使投资组合获得更高收益。

由于调整周期较长时不同模型的累计收益相比其他策略下获得的累计收益更高，因此本文在年调整策略下，比较 R-ALCV-R 和 5 个传统投资组合模型在累计收益率上的差异，如下图 3.11 所示。

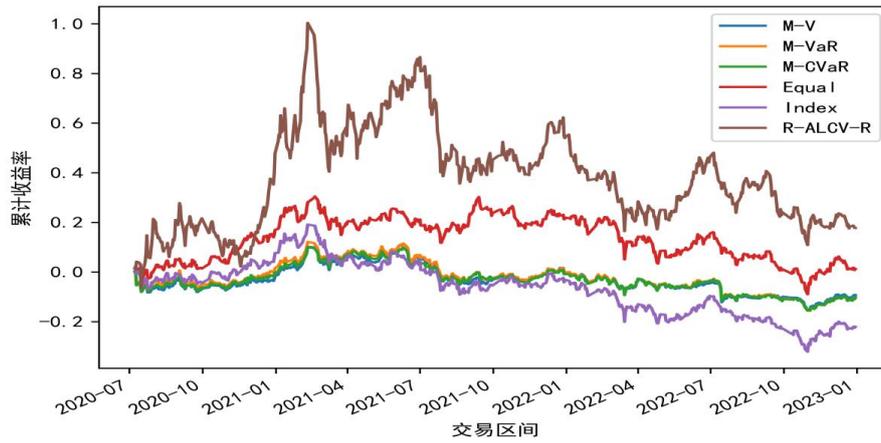


图 3.11 年调整策略下 R-ALCV-R 与传统投资组合的累计收益率曲线

通过图 3.11 发现均值-风险模型的累计收益率曲线几乎重合，这与表 3.8 中模型在 3 个评价指标上存在极小差异的情况相吻合，且传统投资组合模型中仅等权重模型能够获得正向累计收益，而基于 R-ALCV-R 模型的投资组合可以达到约 20% 的累计收益率。

3.6 本章小结

本章研究了单分形分析下结合 ALD 与收益-风险比率的投资组合优化问题。首先，介绍了 ALD 假设下的 CVaR 值及对传统 TLBO 算法的改进。然后，通过常见的正态检验方法和 R/S 法分析了上海股票市场的分形特征。最后，利用改进后的 SLTLBO 算法求解 R-ALCV-R 模型，并与传统投资组合进行比较分析，验证了所提模型的有效性。

4 多重分形分析下的收益-风险比模型(R-MF-R)

上一章利用 Hurst 指数刻画股票收益率序列的长期统计特征, 没有考虑变化过程中的局部特征, 对收益率序列的描述不够全面。而且假定股票组合服从某一具有“尖峰厚尾”分形特征的特定分布(即 ALD), 忽略了难以确定很好拟合股票收益分布的问题。本章从多重分形和不假定股票组合收益率分布的角度出发, 将多重分形特征与收益-风险比率同时纳入投资组合优化研究。首先, 在 MF-X-DMA 的基础上, 调整了移动平均窗宽的确定方法并修正了 q 阶波动函数计算过程中因可能存在负数而造成的缺陷, 建立了一个新的收益-分形风险比模型; 然后利用第 3 章提出的 SLTLBO 算法求解投资组合优化问题; 最后为了便于比较本章基于非分布与第 3 章基于假定分布所提模型及传统投资组合的有效性, 在相同样本数据与各策略调整周期下进行实证分析。

4.1 多重分形消除趋势调整移动平均交叉相关分析法

在分形理论中, DCCA 与 DMCA 用于研究两个时间序列(即平稳时间序列与非平稳时间序列)在不同时间标度下的非线性关系^[4]。本文以上证 50 指数主要成分股为研究对象, 借鉴 Li 等(2021) 的方法, 采用分形视角下改进后的调整波动函数作为风险度量的指标, 具体研究步骤如下:

假设两支股票的收益率序列为 $\{r_t^x\}$ 和 $\{r_t^y\}$, $t = t_1, t_2, \dots, T$, T 为序列的长度。

步骤 1: 构造累积离差序列

$$\begin{aligned} X_j &= \sum_{t=1}^j (r_t^x - \bar{x}) \\ Y_j &= \sum_{t=1}^j (r_t^y - \bar{y}) \end{aligned} \quad (4.1)$$

式中 \bar{x} 、 \bar{y} 分别为收益率序列 $\{r_t^x\}$ 和 $\{r_t^y\}$ 的均值, $j = t_1, t_2, \dots, T$ 。

步骤 2: 对两个序列采用改进的调整移动平均法(AMA)拟合如下,

$$\begin{aligned} \tilde{X}_k &= \frac{1}{l} (X_k + X_{k-1} + X_{k-2} + \dots + X_{k-l}) \\ \tilde{Y}_k &= \frac{1}{l} (Y_k + Y_{k-1} + Y_{k-2} + \dots + Y_{k-l}) \end{aligned} \quad (4.2)$$

其中 $l = \text{int}(T/10)$ 、 $10 \leq k \leq T$, 使得移动窗宽根据收益率序列长度自适应调整, 得到拟合序列 $\{\tilde{X}_k\}$ 与 $\{\tilde{Y}_k\}$ 。

步骤 3: 将累积离差序列 $\{X_j\}$ 、 $\{Y_j\}$ 和新序列 $\{\tilde{X}_k\}$ 、 $\{\tilde{Y}_k\}$ 均分割成 d 个相邻的

子序列，每个子序列 v 的长度为 s ，即 $d = \text{int}(T/s)$ 。由于序列长度 T 往往不是 s 的整数倍，为了充分利用所有数据信息，从序列尾部开始对数据重新划分。因此对于给定的时间标度 s ，四个序列共得到 $8d$ 个子序列。

通过计算每一个子序列与拟合子序列的残差得到标度 s 下子序列 v 的消除趋势协方差函数：

$$F_v(s) = \frac{1}{s} \sum_{k=1}^s (X_{vk} - \tilde{X}_{vk}) \cdot (Y_{vk} - \tilde{Y}_{vk}). \quad (4.3)$$

步骤 4： 计算两个收益率序列的修正 q 阶消除趋势总体波动函数：

$$\begin{cases} F_{(q,s)}^{xy} = \left\{ \frac{1}{2d} \sum_{v=1}^{2d} [F_v(s)]^2 \right\}^{\frac{1}{q}}, & q \neq 0, \\ F_{(q,s)}^{xy} = \exp \left\{ \frac{1}{4d} \sum_{v=1}^{2d} \ln [F_v(s)] \right\}, & q = 0. \end{cases} \quad (4.4)$$

(4.4)式中 $[\cdot]$ 表示取绝对值，通过绝对值修正了负数求取任意 $\frac{1}{q}$ 次方时可能出现复数的缺陷。

步骤 5： 若两个收益率序列存在互相关关系，则 $F_{(q,s)}^{xy}$ 与 s 满足下列幂率关系：

$$F_{(q,s)}^{xy} \propto s^{h(q)}, \quad (4.5)$$

$$\ln F_{(q,s)}^{xy} = h(q) \ln s + \ln c. \quad (4.6)$$

其中 \propto 表示前后两者成比例，即存在一个非零常数 c ，使得 $F_{(q,s)}^{xy} = cs^{h(q)}$ 。利用最小二乘法可以得在不同 q 阶下的广义 Hurst 指数 $h(q)$ 。若 $q < 0$ ， $h(q)$ 则描述市场小幅波动的标度行为；反之， $q > 0$ 时， $h(q)$ 描述的是市场大幅波动的标度行为。

通过步骤 2 和步骤 4 对传统 MF-X-DMA 进行改进，得到多重分形消除趋势调整移动平均交叉相关分析法，即 MF-X-ADMA。当步骤 1 中的两个股票收益率序列 $\{r_t^x\}$ 和 $\{r_t^y\}$ 相同时，MF-X-ADMA 转化为多重分形消除趋势调整移动平均分析法(即 MF-ADMA)，用来分析单只股票收益率的多重分形特征。若 MF-X-ADMA 中波动阶数 q 取值为 2，则多重分形分析退化为一种单分形分析方法，即 ADMCA。此外，基于多重分形理论得到结论：不同波动阶数和不同时间标度共同作用下，资产间的相关性会有所不同。由于传统的协方差函数无法捕捉这种差异，用其来衡量资产间的相关性存在一定不足，因此本文用 $F_{(q,s)}^{xy}$ 替换传统协方差来度量投资组合的风险是合理且可行的。

4.2 R-MF-R 模型

最大化 R-MF-R 模型的构建思路如下：首先引入调整后的 q 阶分形波动函数度量股票组合的风险；其次，替换 Kappa 比率中的传统下偏矩，进而构造新的绩效评估指标；最后，以 RMFR 为目标函数构建投资组合优化模型。

当投资者获得超额收益时，用动态超额收益与调整 q 阶波动函数构建出 RMFR 指标：

$$RMFR = \frac{\mu_R - \mu_I}{F_{(q,s)}^{xy}}. \quad (4.7)$$

(4.7)式中的分子部分表示超额收益，可以通过下式计算

$$\mu_R - \mu_I = \frac{1}{t_2 - t_1 + 1} \sum_{t=t_1}^{t_2} (r_{p_t} - index_t). \quad (4.8)$$

(4.7)式中的分母部分表示分形风险，计算方式如下

$$F_{(q,s)}^{xy} = \left\{ \frac{1}{2d} \sum_{v=1}^{2d} [F_v(s)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}}, \quad q \neq 0. \quad (4.9)$$

其中 $[t_1, t_2]$ 为投资期限， r_{p_t} 和 $index_t$ 分别表示单一资产(或组合资产)与大盘指数的收益率序列。

考虑资产间存在非线性相依关系，本文提出以最大化 RMFR 为目标函数的投资组合优化模型，即 R-MF-R 收益-分形风险比模型，具体模型如公式(4.10)所示：

$$\begin{cases} \max & \frac{\tilde{\omega}' \mu_i - \mu_I}{\tilde{\omega}' F_{(q,s)}^{xy} \tilde{\omega}}, \\ \text{s. t.} & \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1, \\ & \omega_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (4.10)$$

其中， μ_i 和 μ_I 分别表示投资标的与大盘指数的期望收益率。 $F_{(q,s)}^{xy}$ 能够描述不同波动幅度(即不同阶数 q)和不同时间尺度(即不同标度 s)下的非线性相依结构；且无需假定股票收益率的分布，能够更加全面地度量投资组合的风险。利用 $F_{(q,s)}^{xy}$ 替代 Kappa 比率中的下偏矩，研究各股收益率在不同时间尺度下的非线性相依结构。为了便于后文比较模型在样本外的投资绩效，对资产配置比例进行相同约束，即 $\omega_i > 0$ 。

基于多重分形理论构建的最大化 R-MF-R 收益-分形风险比模型可以通过波动参数 q 和标度参数 s 的调整，充分利用市场的波动信息，满足投资者在不同交易

周期的多样化需求。

4.3 实证分析

4.3.1 股票市场的多重分形特征分析

首先利用调整修正后的 MF-ADMA 检验上证 50 指数主要成份股收益率的多重分形特征，实证检验结果如图 4.1~图 4.6 所示。

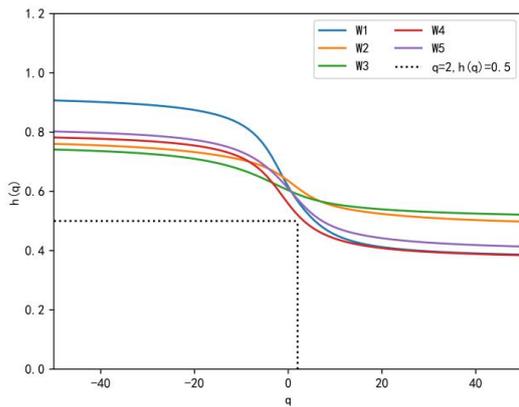


图 4.1 不同阶数下 W1~W5 的 $h(q)$

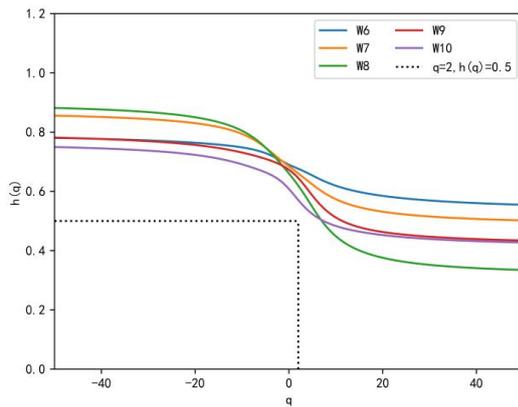


图 4.2 不同阶数下 W6~W10 的 $h(q)$

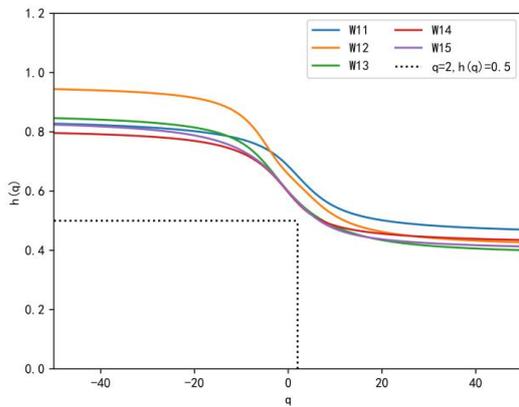


图 4.3 不同阶数下 W11~W15 的 $h(q)$

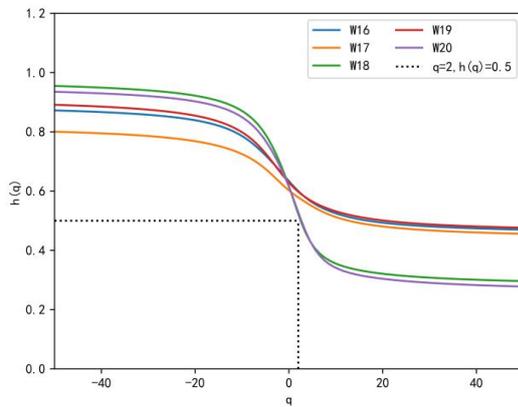


图 4.4 不同阶数下 W16~W20 的 $h(q)$

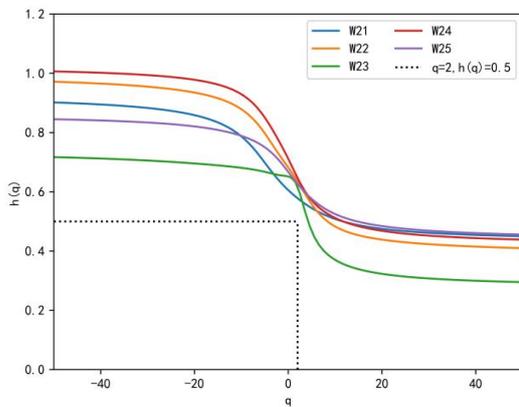


图 4.5 不同阶数下 W21~W25 的 $h(q)$

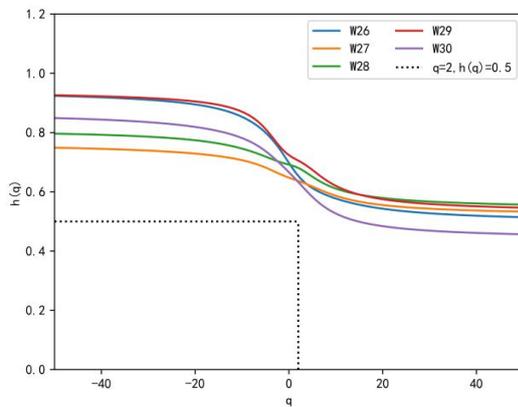


图 4.6 不同阶数下 W26~W30 的 $h(q)$

由图 4.1~图 4.6 可知，主要成份股日收益率序列的 $h(q)$ 均随着波动阶数 q 的增大呈现递减趋势，表现为非线性关系；且当 $q = 2$ 时(即多重分形分析退化为单分形分析)， $h(q) \neq 0.5$ ，意味着股票收益具有分形特征。因此，上海股票市场是一个复杂的非线性系统，具有多重分形特征。

为进一步验证股票彼此之间的相关性，在主要成分股中随机选取 8 支不同的股票构造 4 对股票组合，利用提出的 MF-X-ADMA 进行检验，结果如图 4.7 所示。

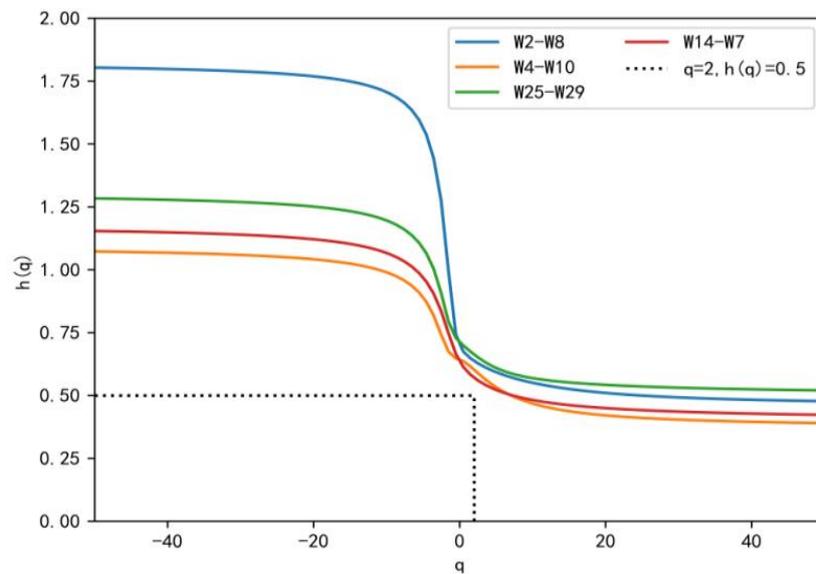


图 4.7 随机股票间的 $h(q)$

由图 4.7 可知，各成分股彼此之间的 $h(q)$ 均表现出有偏的随机游走过程，这意味着传统的均值-风险模型不能准确刻画股票之间的相关关系，基于分形视角构建投资组合，能更好刻画股票间交叉相关性的分形特征，因此在多重分形框架下构建投资组合模型对基于股票市场的投资组合研究具有一定的现实意义。

4.3.2 R-MF-R 与传统投资组合的比较分析

由于波动阶数与时间标度共同影响 R-MF-R 模型的样本外表现，不同参数组合能够产生众多 R-MF-R 模型，为便于比较模型在投资绩效方面的优劣，本文直接给出评估指标的样本外对照结果，如表 4.1~表 4.3 所示。

表 4.1 平均收益率的样本外对比

阶数	标度	月调整	季调整	半年调整	年调整	静态调整
-5	30	—	—	—	√	√
	60	—	—	—	√	—
	90	—	—	—	√	√
	120	—	—	—	—	√
	150	—	—	—	—	—
-3	30	—	—	—	√	—
	60	—	—	—	√	—
	90	—	—	—	√	√
	120	—	—	—	—	—
	150	—	—	—	—	—
-1	30	—	—	—	—	—
	60	—	—	—	√	√
	90	—	—	—	√	√
	120	—	—	—	—	—
	150	—	—	—	√	—
1	30	—	—	—	√	—
	60	—	—	—	√	√
	90	—	—	—	√	—
	120	—	—	—	—	—
	150	—	—	—	—	—
3	30	—	—	—	√	√
	60	—	—	—	√	√
	90	—	—	—	√	—
	120	—	—	—	√	—
	150	—	—	—	—	—
5	30	—	—	—	√	√
	60	—	—	—	√	—
	90	—	—	—	√	—
	120	—	—	—	√	—
	150	—	—	—	√	—

注：若某参数组合下的 R-MF-R 模型优于所有传统投资组合模型，则用“√”标记；标记“—”表示 R-MF-R 模型劣于收益率最大的传统投资组合模型。

由表 4.1 可知，当策略调整周期较短(即以月、季、半年为周期)时，R-MF-R 模型劣于收益率最高的传统投资组合模型(即 R-MF-R 模型获得的收益率均值小于等权重模型的 0.002%)。若动态调整策略以年为周期，则各波动阶数下均至少

存在 3 个时间标度使得 R-MF-R 模型优于最优的传统投资组合模型, 意味着以年为周期动态调整股票配置比例时, MF-X-ADMA 方法准确刻画了不同时间标度下的市场波动, R-MF-R 模型因此取得了较好的投资效果。

表 4.2 样本外的标准差对比

阶数	标度	月调整	季调整	半年调整	年调整	静态调整
-5	30	0.019217	0.018111	0.019295	0.019604	0.019712
	60	0.020331	0.020594	0.020511	0.019685	0.019754
	90	0.020906	0.020518	0.019249	0.021968	0.022612
	120	0.020465	0.0204	0.020097	0.019061	0.01852
	150	0.021428	0.021234	0.020337	0.021621	0.023013
-3	30	0.019747	0.018303	0.019873	0.019809	0.021033
	60	0.020676	0.020832	0.020342	0.019234	0.019804
	90	0.021258	0.020617	0.020488	0.021944	0.021872
	120	0.020924	0.021161	0.020581	0.020297	0.023122
	150	0.021695	0.021454	0.020161	0.021453	0.023265
-1	30	0.020825	0.020616	0.019694	0.020287	0.020928
	60	0.021934	0.02147	0.021553	0.022832	0.019715
	90	0.021826	0.021131	0.021422	0.023034	0.023325
	120	0.021106	0.021378	0.020642	0.020651	0.023143
	150	0.022068	0.021537	0.021324	0.021364	0.02297
1	30	0.022223	0.023219	0.021024	0.022915	0.024096
	60	0.022443	0.022972	0.021521	0.021931	0.02413
	90	0.022817	0.022338	0.022319	0.023251	0.024471
	120	0.022283	0.021811	0.021639	0.022851	0.023677
	150	0.021413	0.021779	0.021522	0.021652	0.023047
3	30	0.022653	0.02351	0.021772	0.022684	0.024233
	60	0.023124	0.023413	0.022191	0.022368	0.023523
	90	0.022477	0.022779	0.021817	0.02237	0.024291
	120	0.021889	0.02234	0.021335	0.021697	0.022439
	150	0.021389	0.022307	0.021478	0.021222	0.023228
5	30	0.023141	0.023543	0.021942	0.021694	0.024176
	60	0.023075	0.023482	0.02163	0.02134	0.022098
	90	0.022177	0.022435	0.021762	0.021854	0.024539
	120	0.021723	0.022396	0.02114	0.021097	0.022655
	150	0.021453	0.021702	0.021504	0.021518	0.022976

由表 4.2 可知, 所有动态调整策略下基于 R-MF-R 模型进行投资组合的标准

差均大于表 3.8 中仅投资上证 50 指数所获得的标准差 0.012537(即标准差最大的传统投资组合), 造成这一现象的原因可能是高收益往往伴随着高风险。

表 4.3 夏普比率的样本外对比

阶数	标度	月调整	季调整	半年调整	年调整	静态调整
-5	30	*	*	*	√	√
	60	*	*	*	√	*
	90	*	*	*	√	√
	120	*	*	*	*	√
	150	*	*	*	*	*
-3	30	*	*	*	√	*
	60	*	*	*	√	*
	90	*	*	*	√	√
	120	*	*	*	*	*
	150	*	*	*	*	*
-1	30	*	*	*	*	√
	60	*	√	*	√	√
	90	*	*	*	√	√
	120	*	*	*	√	*
	150	√	*	*	√	*
1	30	*	*	*	√	*
	60	*	*	*	√	√
	90	*	*	*	√	*
	120	*	*	*	√	*
	150	*	*	*	√	*
3	30	*	*	*	√	√
	60	*	*	*	√	√
	90	*	*	*	√	*
	120	*	*	*	√	*
	150	*	*	*	√	*
5	30	*	*	*	√	√
	60	*	*	*	√	√
	90	*	*	*	√	*
	120	*	*	*	√	*
	150	*	*	*	√	*

注: 若某参数组合下的 R-MF-R 模型优于所有传统投资组合模型, 则用“√”标记; 标记“*”表示 R-MF-R 模型劣于夏普比率最大的传统投资组合。

由表 4.3 可知,在投资组合的夏普比率方面,6 个波动阶数下均存在 R-MF-R 模型的夏普比率大于所有传统投资组合。若调整周期为一年,则 R-MF-R 模型仅在波动函数度量小幅波动的情形下(即 $q < 0$)表现较差。进一步可知,若投资期限较长,任意阶数与较短时间标度的组合均能使 R-MF-R 收益-分形风险比模型取得优于传统投资组合的效果。

本文基于 R-MF-R 模型构建的投资组合在夏普比率上取得了比传统投资组合更好的投资效果,说明在分形框架下,针对动态调整周期的长短,充分利用不同波动阶数和时间标度的组合,构建 R-MF-R 收益-分形风险比模型能够优化股票投资配置,本文所提模型具有可行性和优势。

图 4.8 直观地给出了以年为周期动态调整股票配置比例时,各波动阶数 q 下最优 R-MF-R 模型(即不同标度 s 下累计收益率最高的模型)的累计收益率曲线图。

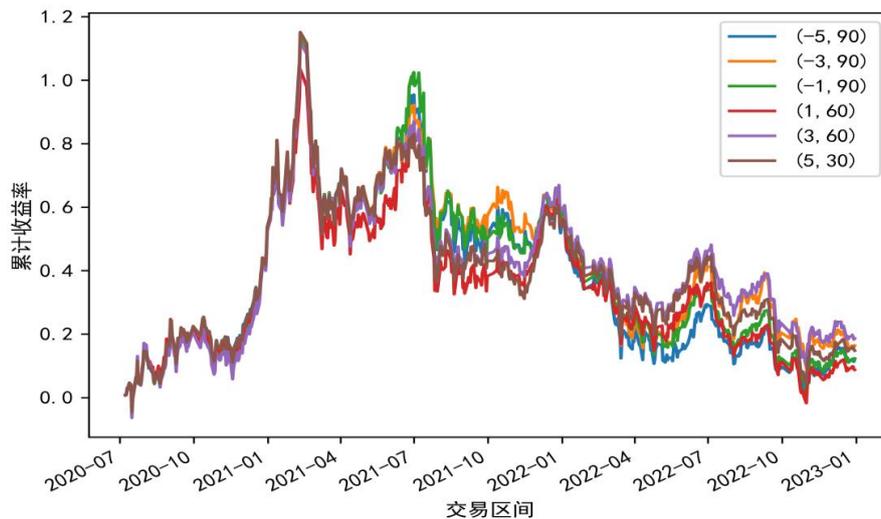


图 4.8 不同阶数下最优模型的累计收益率

从图 4.8 可以发现不同阶数下,各最优 R-MF-R 模型的累计收益率均大于 0。当波动函数度量小幅波动时,中期时间标度(即 s 取值为 90)下的 R-MF-R 模型能获得更高的累计收益;反之,若波动函数度量大幅波动,则短期标度(s 取值为 30 与 60)下的 R-MF-R 模型更优。除此之外,波动阶数 q 与时间标度 s 分别取值 3、60 的 R-MF-R 模型在年调整策略下的累计收益率最高。表 4.4 与图 4.9 则进一步直观的比较了两种收益-分形风险比模型与 5 种传统投资组合在累计收益方面的差异。

表 4.4 传统模型与收益-分形风险比的累计收益率

投资组合模型	累计收益率
M-V	-0.092681
M-VaR	-0.102121
M-CVaR	-0.102168
Equal	0.012449
Index	-0.220746
R-ALCV-R	0.177598
R-MF-R	0.186507

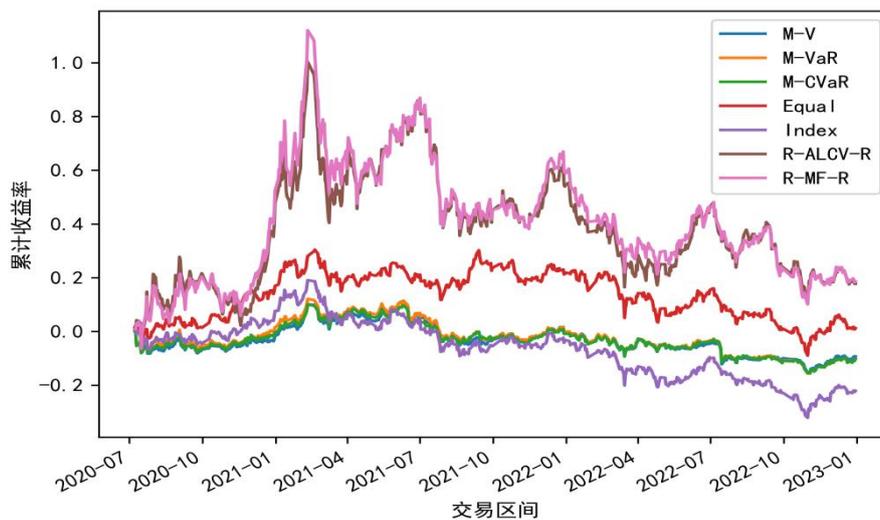


图 4.9 传统模型与两种收益-分形风险比模型的累计收益率

由表 4.4 可知,利用两种收益-分形风险比模型与等权重模型均可获得正向收益,且基于收益-分形风险比模型的累计收益率高约 20%。从图 4.9 可知,在年调整策略下,参数取值为(3,60)的 R-MF-R 模型相比于众多收益-分形风险比模型(包括其他参数设置的 R-MF-R 模型和 3.3 节中提出的 R-ALCV-R 模型)的投资表现突出,且与传统投资组合中表现最优的等权重模型相比,其在累计收益上的优势更为明显。

4.4 本章小结

本章基于多重分形分析方法研究了上海股票市场的投资组合优化问题。首先,利用调整修正后的 MF-ADMA 和 MF-X-AMDA 分析了股票市场的多重分形特征。其次,构建了基于调整波动函数的 R-MF-R 收益-分形风险比模型。进一步,利

用改进学习算子后的 SLTLBO 算法寻找不同策略调整周期下的最优股票配置比例，最后，与传统投资组合进行对比分析，得到了以下结果：

(1)上海股票市场具有明显的多重分形特征。各主要成份股均具有一定程度的长程相关性，且股票间存在非线性相依关系。

(2)本文提出的 R-MF-R 模型在年调整策略下较传统投资组合的优势更加明显。

5 总结与展望

5.1 研究总结

合理的资金配置是投资者在金融投资领域取得成绩的关键。鉴于现有关于投资组合优化问题的研究大多是在 Markowitz 提出的均值-方差模型基础上展开研究,本文针对此类均值-风险投资组合模型在 EMH 下的不足,以如何在更契合现实市场的 FMH 下构建兼顾收益与风险的投资组合为研究主题。

首先,考虑股票收益率具有“尖峰厚尾”分形特征的现实情况,结合兼顾投资收益与投资风险的收益-风险比率,提出两个收益-分形风险比模型,即 R-ALCV-R 与 R-MF-R 模型。然后,为有效求解投资组合优化问题,本文改进了传统的 TLBO 算法,得到具有选择机制的 SLTLBO 算法。最后,以上证 50 指数主要成份股为研究对象,分析上海股票市场的分形特征,之后在不同策略调整周期下,通过改进后的 SLTLBO 算法求解两个收益-分形风险比模型和传统的 M-V、M-VaR、M-CVaR 模型,并比较包括等权重模型与仅投资上证 50 指数在内的 5 种传统投资组合与本文所提模型在收益率、标准差等投资绩效评价指标的差异,实证分析结果表明:

(1)对股票的日收益率序列进行描述性统计与单分形特征检验(基于:收益率序列分布图、Q-Q 图、R/S 分析法),发现主要成份股日收益率序列均呈现“尖峰厚尾”的特征与非随机游走状态,且各股日收益率序列均拒绝服从正态分布的假设。综上所述,传统 M-V 模型的假设过于严苛,并不符合现实情形。进一步,通过多重分形特征检验结果表明,各股票存在一定程度的长程相关性,且股票间具有明显的非线性相依关系。因此,本文在构建投资组合模型时从分形的角度考虑投资组合的风险是合理且可行的。

(2)以夏普比率和累计收益率的大小作为评判投资组合优劣的准则。实证结果显示:以上证 50 主要成分股为投资标的,本文提出的 R-ALCV-R 模型在 5 种动态策略下,均优于除等权重模型外其他 4 种传统投资组合模型;在年调整策略和静态调整策略下,基于 R-ALCV-R 模型的投资组合的夏普比率和累计收益率均大于利用 5 种传统投资组合模型进行投资的夏普比率和累计收益率。而基于相同投资标的,本文提出的 R-MF-R 模型在以年为周期的动态调整策略下,由波动阶数与时间标度参数共同作用的 30 种投资组合中,有 25 种投资组合的夏普比率

大于 5 种传统投资组合中夏普比率最大的投资组合，占比 83.33%。

针对研究主题，本文得出以下结论：针对现实金融市场中的分形特征，同时考虑投资收益与风险，本文提出的 R-ALCV-R 和 R-MF-R 收益-分形风险比模型能够兼顾投资者的两个目标，为投资者的决策提供更加契合现实金融市场的参考。

5.2 研究不足与展望

本文提出的兼顾投资收益与投资风险的收益-分形风险比投资组合优化模型，在以上证 50 指数主要成份股为研究对象的实证分析中取得了较传统投资组合更优异的投资表现，但也存在以下不足：

(1) 本文仅考虑股票作为风险资产进行投资组合。事实上，在现实金融市场中，风险资产还有很多，譬如基金、债券、比特币等。

(2) 在模型构建过程中没有考虑交易费用并进行了卖空限制。而在金融市场中，诸如商品期货等金融产品是允许卖空的，并且会产生一定的交易费用(如保证金、佣金等)。

(3) 本文通过赋予学习算子选择机制来改进传统 TLBO 算法，进而求解投资组合优化问题。而目前群体智能优化算法发展快速，不断有基于不同群体智能行为的新算法被提出。

因此，后续可以考虑多种类型的风险资产在允许卖空等情形下更一般的投资组合模型，并基于新型智能算法处理投资组合优化问题。

参考文献

- [1] Ballester E. Mean-semivariance efficient frontier: a downside risk model for portfolio selection[J]. *Applied Mathematical Finance*, 2005, 12(1): 1-15.
- [2] Benati S, Rizzi R. A mixed integer linear programming formulation of the optimal mean/value-at-risk portfolio problem[J]. *European Journal of Operational Research*, 2007, 176(1): 423-434.
- [3] Chen W, Li D, Lu S, et al. Multi-period mean-semivariance portfolio optimization based on uncertain measure[J]. *Soft Computing*, 2019, 23: 6231-6247.
- [4] Ferreira P, Kristoufek L, Pereira E J A L. DCCA and DMCA correlations of cryptocurrency markets[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2020, 545: 123803.
- [5] Hurst H E. A suggested statistical model of some time series which occur in nature[J]. *Nature*, 1957, 180(4584): 494-494.
- [6] Joro T, Na P. Portfolio performance evaluation in a mean-variance-skewness framework[J]. *European Journal of Operational Research*, 2006, 175(1): 446-461.
- [7] Kakinaka S, Hayakawa T, Kato D, et al. Fractal portfolio strategies: does scale preference of investors matter?[J]. *Applied Economics Letters*, 2023: 1-7.
- [8] Kalayci C B, Polat O, Akbay M A. An efficient hybrid meta heuristic algorithm for cardinality constrained portfolio optimization[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2020, 54: 100662.
- [9] Kaplan P D, Knowles J A. Kappa: A generalized downside risk-adjusted performance measure[J]. *Journal of Performance Measurement.*, 2004, 8: 42-54.
- [10] Keating C, Shadwick W F. A universal performance measure[J]. *Journal of performance measurement*, 2002, 6(3): 59-84.
- [11] Khodamoradi T, Salahi M. Extended mean-conditional value-at-risk portfolio optimization with PADM and conditional scenario reduction technique[J]. *Computational Statistics*, 2023, 38(2): 1023-1040.
- [12] Konno H, Yamazaki H. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market[J]. *Management science*, 1991, 37(5):

- 519-531.
- [13] Kotz S, Kozubowski T, Podgórski K. The Laplace distribution and generalizations: a revisit with applications to communications, economics, engineering, and finance[M]. Springer Science & Business Media, 2001.
- [14] Kumar D, Mishra K K. Portfolio optimization using novel co-variance guided Artificial Bee Colony algorithm[J]. Swarm and evolutionary computation, 2017, 33: 119-130.
- [15] Li J, Wu X, Zhang L, et al. Research on the portfolio model based on Mean-MF-DCCA under multifractal feature constraint[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2021, 386: 113264.
- [16] Li X, Qin Z, Kar S. Mean-variance-skewness model for portfolio selection with fuzzy returns[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 202(1): 239-247.
- [17] Mandelbrot B. How Long is the Coastline of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension [Originally published in 1967.]. Classics on Fractals (pp. 351–358)[J]. 2004.
- [18] Markowitz M H. Portfolio selection[J]. Journal of Finance. 1952 (1): 77-91.
- [19] Morteza H, Jameii S M, Sohrabi M K. An improved learning automata based multi-objective whale optimization approach for multi-objective portfolio optimization in financial markets[J]. Expert Systems with Applications, 2023, 224: 119970.
- [20] Peters E E. Fractal structure in the capital markets[J]. Financial Analysts Journal, 1989, 45(4): 32-37.
- [21] Sharpe W F. Mutual fund performance[J]. The Journal of business, 1966, 39(1): 119-138.
- [22] Simaan Y. Estimation risk in portfolio selection: the mean variance model versus the mean absolute deviation model[J]. Management science, 1997, 43(10): 1437-1446.
- [23] Yao X, Liu Y, Lin G. Evolutionary programming made faster[J]. IEEE Transactions on Evolutionary computation, 1999, 3(2): 82-102.

- [24] Yu J R, Chiou W J P, Lee W Y. An omega portfolio model with dynamic return thresholds[J]. *International Transactions in Operational Research*, 2023, 30(5): 2528-2545.
- [25] Zhu S, Fukushima M. Worst-case conditional value-at-risk with application to robust portfolio management[J]. *Operations research*, 2009, 57(5): 1155-1168.
- [26] 陈国福,陈小山,张瑞.基于引力搜索和粒子群混合优化算法的证券投资组合问题研究[J].*运筹与管理*,2018,27(09):170-175.
- [27] 曹广喜.金融资产波动性特征研究综述[J].*现代管理科学*,2008(03):92-94+105.
- [28] 曹广喜,谢文浩.分形视角下的加密货币投资组合:牛熊市效果比较[J].*管理评论*,2023,35(03):39-48.
- [29] 陈洪涛,咎秋雨,王锋等.基于均值-MF-X-DMA 的能源产业链投资组合策略[J].*系统管理学报*,2022,31(05):964-975.
- [30] 陈婷婷,殷贺,江红莉等.基于天牛须搜索的粒子群优化算法求解投资组合问题[J].*计算机系统应用*,2019,28(02):171-176.
- [31] 淳正杰,唐小我.原油期货市场流动性的多重分形波动及其趋势研究[J].*预测*,2021,40(05):56-62.
- [32] 高岳林,余雅萍.基于混合量子粒子群优化的投资组合模型及实证分析[J].*工程数学学报*,2017,34(01):21-30.
- [33] 韩晨宇,王一鸣.中国股票市场波动率的多重分形分析与实证[J].*统计与决策*,2020,36(01):136-140.
- [34] 黄健柏,程慧,郭尧琦等.金属期货量价关系的多重分形特征研究——基于 MF-DCCA 方法[J].*管理评论*,2013,25(04):77-85.
- [35] 康志林,李仲飞.CVaR 鲁棒均值-CVaR 投资组合模型与求解[J].*运筹学学报*,2017,21(01):1-12.
- [36] 李江,邹凯.中国期货市场分形结构的实证分析[J].*浙江金融*,2007(08):38-39.
- [37] 林宇,张德园,吴栩等.能源期货市场非对称多重分形相关性研究[J].*管理评论*,2017,29(02):35-46.
- [38] 史永东.上海证券市场的分形结构[J].*预测*,2000(05):78-80+50.
- [39] 王伟韬,王旭,蒋传文等.考虑夏普比率的虚拟电厂日前投标策略[J].*电网技*

- 术,2023,47(04):1512-1523.
- [40] 王晓琴,高岳林.带有交易成本的均值-方差-下半方差投资组合模型[J].工程数学学报,2020,37(02):155-164.
- [41] 徐楠,李嵩松,惠晓峰等.新冠肺炎疫情影响下我国股票市场的分形特征和风险度量研究[J/OL].运筹与管理:1-19[2023-11-07].
- [42] 谢文浩,曹广喜.基于 MFXDMA 方法的加密货币和中国股市间的多重分形交叉相关性研究[J].中国管理科学,2022,30(10):72-84.
- [43] 燕汝贞,岳定,吴栩等.中国股指期货市场流动性非线性特征分析与波动趋势预测[J].运筹与管理,2022,31(11):200-205.
- [44] 支俊阳,王贞,崔轲轲.改进约束人工蜂群算法及金融应用[J].计算机工程与应用,2023,59(07):302-310.
- [45] 张鹏,张逸菲.完全市场情况下多阶段均值-VaR 投资组合优化[J].武汉科技大学学报,2014,37(04):315-320.
- [46] 朱沙,陈臣.一种求解基数约束投资组合优化的混合粒子群算法[J].统计与决策,2016(10):64-67.
- [47] 赵霞,时雨,王佳琪.网络视角下基于夏普比率的投资组合策略[J].山东财经大学学报,2022,34(02):17-26.

攻读硕士学位期间承担的科研任务及主要成果

[1]孙景云,马小雯.基于广义 Hurst 指数和蚁群优化算法的配对交易策略研究[J].兰州财经大学学报,2024,40(01):88-100.

[2]孙景云,马小雯.基于分形和 S 型效用的选股策略及 M-CVaR 最优资产配置[J].系统科学与数学,2024,44(03):792-808.

致 谢

时光荏苒，岁月如梭，转眼间我已完成了这篇论文的撰写。回首这段学术之旅，心中充满了无尽的感慨与感激。在此，我要向所有在我研究过程中给予帮助和支持的人表示衷心的感谢。

首先要感谢的是我的导师孙景云教授。在论文的选题、构思、撰写和修改过程中，导师都给予了我悉心的指导和无私的帮助。每当我遇到困惑和难题时，导师总能耐心解答，为我指明方向。导师的教诲，让我受益匪浅，也让我更加坚定了追求学术的信念。

其次，我要由衷地感谢我的父母。他们默默付出，为我提供了保障，让我能够全身心地投入到研究学习中。他们的理解和支持，是我能够顺利完成学业的重要动力。他们默默的付出激励着我一步一个脚印地前行，成就了今天的我。

此外，我要感谢 527 的舍友们。与志同道合的同窗相伴是我求学生涯中的一大幸事，她们让我的研究生生活更加丰富有趣，希望我们永远都是最好的朋友。

最后，我要感谢学校和学院为我提供的优良学术环境和丰富的学习资源。

附 录

表 A 部分上证 50 成分股(30 支)

股票代码	名称	符号	股票代码	名称	符号
600028	中国石化	W1	601166	兴业银行	W16
600031	三一重工	W2	601225	陕西煤业	W17
600036	招商银行	W3	601288	农业银行	W18
600048	保利发展	W4	601318	中国平安	W19
600104	上汽集团	W5	601398	工商银行	W20
600111	北方稀土	W6	601601	中国太保	W21
600196	复星医药	W7	601628	中国人寿	W22
600276	恒瑞医药	W8	601668	中国建筑	W23
600346	恒力石化	W9	601669	中国电建	W24
600406	国电南瑞	W10	601688	华泰证券	W25
600436	片仔癀	W11	601857	中国石油	W26
600519	贵州茅台	W12	601888	中国中免	W27
600585	海螺水泥	W13	601919	中远海控	W28
600887	伊利股份	W14	603260	合盛硅业	W29
601088	中国神华	W15	603288	海天味业	W30

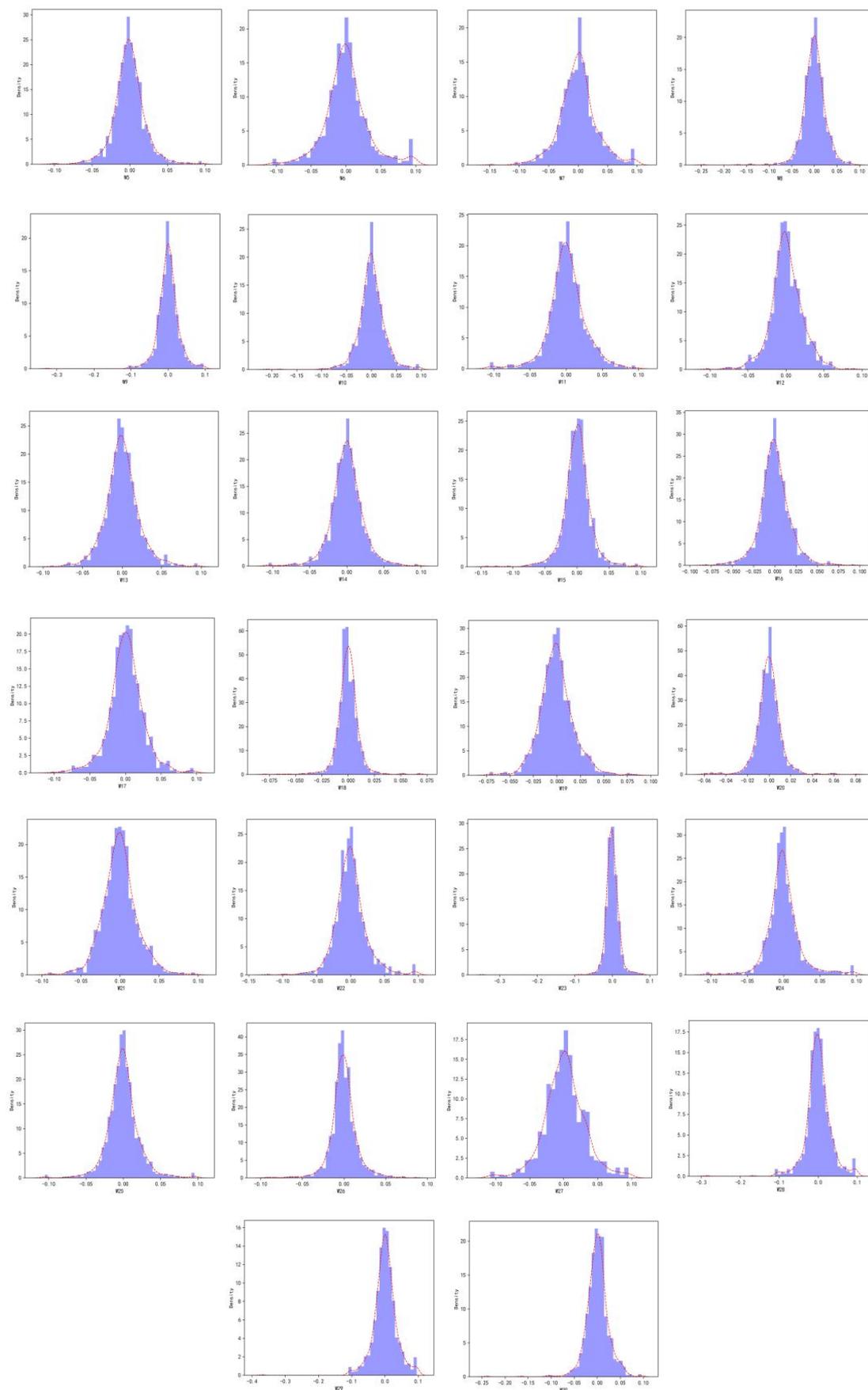


图 a W5~W30 的日收益率直方图